

MC-Fragen Serie 13: Aufgaben

Einsendeschluss: Dienstag, der 22.12.2020 um 10:00 Uhr

Falls nicht anders behauptet, ist in allen Aufgaben K ein Körper und $n \in \mathbb{N}$.

1. Für welche $x \in \mathbb{R}$ gilt

$$\det \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & x & 1 \\ 1 & 1 & x \end{pmatrix} = 1?$$

- (a) $x = 0$
- (b) $x = 1$
- (c) $x = 2$
- (d) Keiner der obigen Vorschläge ist richtig.

2. (*Prüfung Sommer 2017*) Es gibt eine invertierbare, reelle 3×3 Matrix A , die schiefsymmetrisch ist, also für die $\det(A^T) = -\det(A)$ gilt.

- (a) Richtig
- (b) Falsch

3. (*Prüfung Sommer 2017*) Seien $A, B \in M_{m \times n}(\mathbb{R})$ und $m > n$. Dann gilt $\det(AB^T) = 0$.

- (a) Wahr.
- (b) Falsch.

4. (*Prüfung Sommer 2017*) Für alle $n \in \mathbb{N}$ ist $\det: M_{n \times n}(\mathbb{R}) \rightarrow \mathbb{R}$ eine lineare Abbildung.

- (a) Wahr.
- (b) Falsch.

5. (Prüfung Sommer 2017) Seien $A, B \in M_{n \times n}(\mathbb{C})$, dann gilt

$$\det(A + B) = \det(B + A).$$

- (a) Wahr.
- (b) Falsch.

6. Welche der folgenden Aussagen gelten für alle $n \in \mathbb{N}$ und für alle $n \times n$ -Matrizen A , deren sämtliche Einträge natürliche Zahlen sind?

- (a) $\det(A) \geq 0$.
- (b) A ist invertierbar.
- (c) Falls es eine Matrix $B \in M_{3 \times 3}(\mathbb{R})$ gibt, sodass alle Einträge von B ganze Zahlen sind und AB die Identitätsmatrix in $M_{3 \times 3}(\mathbb{R})$ ist, dann ist $\det(A) \in \{-1, 1\}$.
- (d) $|\det(A)| \leq n$.

7. Welche der folgenden Aussagen ist wahr?

- (a) Sei $A \in \text{GL}_n(\mathbb{Q}) \cap M_{n \times n}(\mathbb{Z})$, wobei $M_{n \times n}(\mathbb{Z})$ die Menge aller Matrizen mit Einträgen in \mathbb{Z} ist. Dann gilt $\det(A) \in \{-1, 1\}$.
- (b) Sei $A \in \text{GL}_n(\mathbb{Q}) \cap M_{n \times n}(\mathbb{Z})$ sodass $A^{-1} \in \text{GL}_n(\mathbb{Q}) \cap M_{n \times n}(\mathbb{Z})$. Dann gilt $\det(A) \in \{-1, 1\}$.
- (c) Keine der beiden Aussagen

8. Seien $A, B \in M_{2 \times 2}(\mathbb{R})$ mit $\det B = 2, \det A \neq 0$. Dann ist $\det(5AB^3A^{-1}B^{-1}) =$

- (a) 25
- (b) 50
- (c) 100
- (d) 0

9. Welche der folgenden Aussagen ist wahr?

- (a) Seien $A, B \in M_{n \times n}(K)$ mit $A^2B - A^2 \in \text{GL}_n(K)$. Dann ist

$$BA - A \in \text{GL}_n(K).$$

- (b) Seien $A, B \in M_{n \times n}(K)$ mit $AB^2 - A \in \text{GL}_n(K)$. Dann ist

$$BA - A \in \text{GL}_n(K).$$

- (c) Seien $A, B \in M_{n \times n}(K)$ mit $A^2 - B^2 \in \text{GL}_n(K)$. Dann ist

$$A + B \in \text{GL}_n(K).$$