

## MC-Fragen Serie 9: Aufgaben

Einsendeschluss: Dienstag, der 24.11.2020 um 10:00 Uhr

---

1. Welche der folgenden Abbildungen sind Vektorraumisomorphismen?

- (a)  $T: \mathbb{R}[x]_4 \rightarrow \mathbb{R}[x]_4, T(p(x)) = (x+1) \cdot p'(x)$
- (b)  $\phi: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3, (x, y, z) \mapsto (x+y, y+z, z+x)$
- (c)  $c: \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}, z \mapsto \bar{z}$ , wobei  $\mathbb{C}$  hier als  $\mathbb{C}$ -Vektorraum zu betrachten ist.
- (d)  $c: \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}, z \mapsto \bar{z}$ , wobei  $\mathbb{C}$  hier als  $\mathbb{R}$ -Vektorraum zu betrachten ist.

2. Für eine Primzahl  $p$ , was ist die Kardinalität von  $\text{End}(\mathbb{F}_p^l)$ ?

- (a)  $(pl)^{pl}$
- (b)  $(p^l)^2$
- (c)  $(p^l)^{p^l}$
- (d)  $p^{(l^2)}$

3. Sei  $V$  ein beliebiger Vektorraum. Ist die folgende Aussage wahr oder falsch? Sei  $V' \subseteq V$  ein Untervektorraum. Jeder Automorphismus  $f: V' \rightarrow V'$  kann zu einem Automorphismus  $\bar{f}: V \rightarrow V$  fortgesetzt werden, d.h. für jeden Automorphismus  $f: V' \rightarrow V'$  gibt es einen Automorphismus  $\bar{f}: V \rightarrow V$ , sodass für die Einschränkung von  $\bar{f}$  auf  $V'$  gilt:  $\bar{f}|_{V'} = f$ .

- (a) Wahr
- (b) Falsch

4. Sei  $V$  ein beliebiger Vektorraum. Ist die folgende Aussage wahr oder falsch? Für jeden Endomorphismus  $f: V \rightarrow V$  gilt  $V = \text{Ker}(f) \oplus \text{Bild}(f)$ .

- (a) Wahr
- (b) Falsch

5. Es existiert eine lineare Abbildung  $T: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  mit

$$T \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = 2, \quad T \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = 3.$$

- (a) Wahr
- (b) Falsch

6. Es existiert eine Abbildung  $T: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  mit

$$T \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = 2, \quad T \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = 3, \quad T \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = 4.$$

- (a) Wahr
- (b) Falsch

7. Es existiert eine lineare Abbildung  $T: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  mit

$$T \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = 2, \quad T \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = 3, \quad T \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = 4.$$

- (a) Wahr
- (b) Falsch

8. Sei  $T: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  eine lineare Abbildung mit

$$T \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} = 4, \quad T \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix} = 5.$$

Kann man

$$T \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}$$

bestimmen?

- (a) Wahr
- (b) Falsch

9. Sei  $T: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  eine lineare Abbildung mit

$$T \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} = 4.$$

Kann man daraus den Wert von

$$T \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}$$

bestimmen?

- (a) Wahr
- (b) Falsch