

Serie 6

Aufgabe 1

Das Tetraeder hat drei Konjugationsklassen von Untergruppen der Ordnung 4. Markiere je ein Tetraeder so, dass die Symmetriegruppen zu den Untergruppen der Ordnung 4 reduziert werden.

Tip: Siehe Fig. 36.1 im Skript.

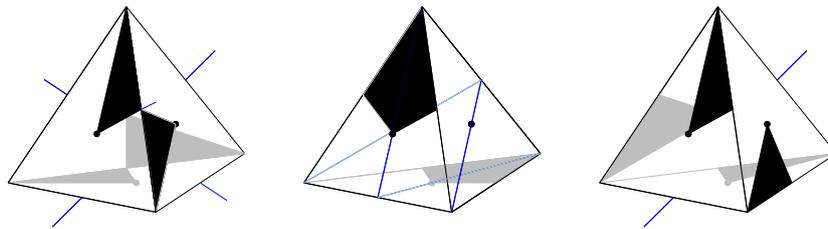
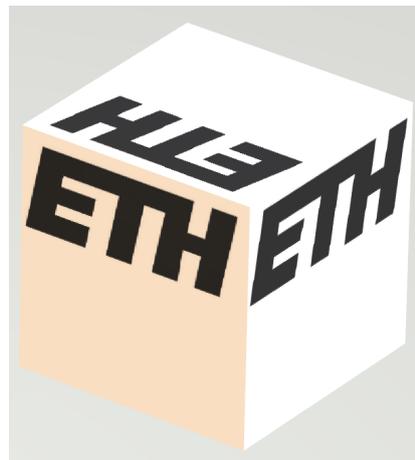


Abbildung 1: Links: Markierung für Gruppe die von drei Geradenspiegelungen generiert wird. Mitte: Markierung für Gruppe die von zwei Ebenenspiegelungen generiert wird. Rechts: Markierung für Gruppe die von einer Rotoreffektion generiert wird.

Aufgabe 2

Im folgenden Würfel sehen wir nicht, wie der Würfel auf der Hinterseite aussieht. Was ist die maximal mögliche Grösse der Symmetriegruppe dieses markierten Würfels?



Aufgabe 3

Wieviele Untergruppen der Ordnung 5 kannst du in der Symmetriegruppe des Dodekaeders $\text{Sym}(D)$ finden? Sind sie alle konjugiert?

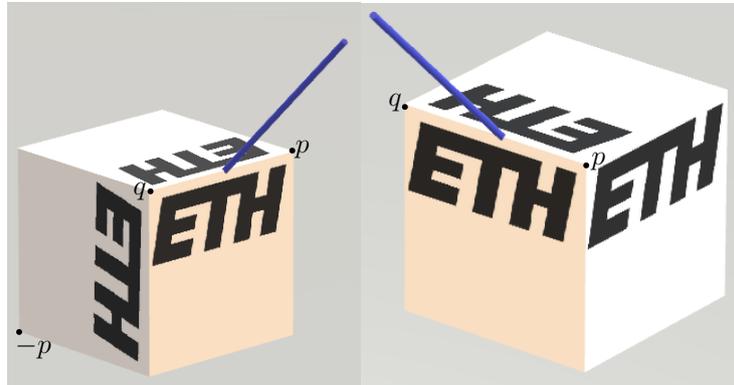


Abbildung 2: Links: Neue Ansicht mit zusätzlichem ETH-Logo. Rechts: Ursprüngliche Ansicht mit Spiegelungsachse.

Tip: Wenn du möchtest, kannst du ohne Beweis annehmen, dass Gruppen der Ordnung 5 von einem Element erzeugt werden.

Aufgabe 4

Zeige, dass $G \rightarrow \text{Aut}(G), g \mapsto c_g$ ein Homomorphismus ist, wobei c_g die Konjugation bezeichnet.

Aufgabe 5

Wir betrachten die Untergruppen $C_n, D_n < \text{Isom}(\mathbb{R}^2)$, die den Ursprung fixieren.

- Finde einen äusseren Automorphismus von C_4 .
- Finde einen äusseren Automorphismus von C_5 , der nicht durch Konjugation in $\text{Isom}(\mathbb{R}^2)$ realisiert werden kann.
- Finde einen äusseren Automorphismus von D_4 , der auf C_4 die Identität ist.

Aufgabe 6

Wie viele Elemente von $\text{Isom}(\mathbb{R}^3)$ der Ordnung m , die nicht konjugiert sind, findest du für jedes $m \geq 2$ (ohne Beweis)?

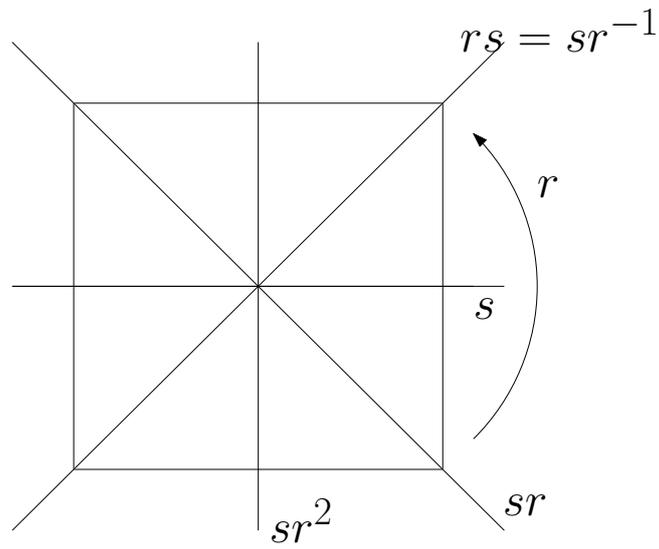


Abbildung 3: Illustration der Elemente in D_4 .