D-INFK	**Analysis I**	**ETH Zürich**
Prof. Marc Burger	Serie 10	FS 2021

1) Sei $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ und $h\colon \mathbb{R} \to [0,+\infty)$ so dass

$$\lim_{x\to+\infty} f(x) = -\infty, \lim_{x\to\infty} h(x) = 0.$$

- ☐ Ist $\lim_{x\to\infty} h(x)\cdot f(x) = 0$ möglich?
- ☐ Ist $\lim_{x\to\infty} h(x)\cdot f(x) = +\infty$ möglich?
- ☐ Ist $\lim_{x\to\infty} h(x)\cdot f(x) = -\infty$ möglich?
- ☐ Ist $\lim_{x\to-\infty} h(x)\cdot f(x) = +\infty$ möglich?

2) Sei $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ eine ungerade Funktion. Kreuze die richtigen Aussagen an:

- ☐ $f^{(i)}(0) = 0$ für i ungerade,
- ☐ $f^{(i)}(0) \neq 0$ für i ungerade,
- ☐ $f^{(i)}(0) = 0$ für i gerade,
- ☐ $f^{(i)}(0) \neq 0$ für i gerade.

3) (a) Zeige, dass die Funktion $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R},\ f(x) = e^x - 1 - x$ nur für $x = 0$ verschwindet.

(b) Zeige $\frac{1}{x} + \frac{x^2}{2} \geq \frac{3}{2}$ für alle $x > 0$, mit Gleichheit genau dann wenn $x = 1$.

4) Seien $f(x) = e^{ax}$, $g(x) = e^{bx}$ mit $a, b \in \mathbb{R}$. Zeige, mittels Satz 4.34 (2), den Binomialsatz.

5) Man berechne

(a)

$$(\sin(x)\cdot\cos(x))^{(50)}$$

und

(b) die n-te Ableitung von

$$\frac{1+x}{1-x} \text{ und } \frac{1}{x^2-1}.$$

6) Bestimme die lokalen Maxima und Minima von $f(x) = (\sin(x))^3 + (\cos(x))^3$ für $x \in \mathbb{R}$.

7) Sei $D \subseteq \mathbb{R}$, $f\colon D \to \mathbb{R}$ gleichmässig stetig auf D und $x_0 \in \mathbb{R}$ ein Häufungspunkt von D. Zeige, dass $\lim_{x \to x_0} f(x)$ existiert.