D-INFK	**Analysis I**	**ETH Zürich**
Prof. Marc Burger	Serie 4	FS 2021

1) Sei

$$\sum_{k=0}^{\infty} a_k$$

konvergent. Zeige, dass

$$\sum_{k=N}^{\infty} a_k$$

für jedes $N \geq 0$ konvergent ist. Welcher Zusammenhang besteht zwischen den Grenzwerten?

2) Sei $1 > |a| \geq |b| \geq 0$. Zeige, dass

$$a + b + a^2 + b^2 + a^3 + b^3 + \dots$$

absolut konvergiert.

3) Beweise, dass für $0 \leq q < 1$ die folgenden Reihen konvergieren:

$$\sum_{k=1}^{\infty} kq^k \text{ und } \sum_{k=1}^{\infty} k^2 q^k.$$

4) Man zeige, dass

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k(k+1)}$$

konvergiert und bestimme den Grenzwert.

5) Untersuche die Reihe

$$\frac{1}{\sqrt{2}-1} - \frac{1}{\sqrt{2}+1} + \frac{1}{\sqrt{3}-1} - \frac{1}{\sqrt{3}+1} + \dots$$

auf Konvergenz.

6) Sei

$$\sum_{k=1}^{\infty} a_k$$

konvergent, mit $a_k \geq 0, \forall k \geq 1$. Beweise, dass

$$\sum_{k=1}^{\infty} \sqrt{a_k a_{k+1}}$$

konvergiert.