1) Sei $f\colon (a,b) \to \mathbb{R}$ differenzierbar mit $f'(t) > 0$ für alle $t \in (a,b)$. Kreuze die richtigen Aussagen an.

- ☐ f ist positiv.
- ☐ $f(x) < f(y)$ für alle $x, y \in (a,b)$ mit $x > y$.
- ☐ $f(x) < f(y)$ für alle $x, y \in (a,b)$ mit $x \leq y$.
- ☐ $f(x) < f(y)$ für alle $x, y \in (a,b)$ mit $x < y$.

2) Sie $f\colon D \to \mathbb{R}$ differenzierbar, $D \subseteq \mathbb{R}$. Kreuze die richtigen Aussagen an.

- ☐ f ist stetig.
- ☐ f' ist stetig.
- ☐ Falls $f'(x) = 0$ für alle $x \in D$ gilt, dann existiert ein $c \in \mathbb{R}$ so dass
$$f(x) = c, \quad \forall x \in D.$$
- ☐ Falls $D = (a,b)$ mit $a < b$ reelle Zahlen, dann ist die dritte Aussage korrekt.

3) Sei $n \in \mathbb{N}$. Berechne die Ableitung von
$$P(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + \cdots + a_n x^n.$$

4) (a) Sei
$$f(x) = \begin{cases} x \sin\left(\frac{1}{x}\right), & x \neq 0, \\ 0, & x = 0. \end{cases}$$
Zeige, dass f in 0 *nicht* differenzierbar ist.

(b) Sei
$$f(x) = \begin{cases} x^2 \sin\left(\frac{1}{x}\right), & x \neq 0, \\ 0, & x = 0. \end{cases}$$
Zeige, dass f bei 0 differenzierbar ist und berechne $f'(0)$.

5) Sei $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ eine Funktion, die in $x_0 \in R$ differenzierbar ist. Sei $n \in \mathbb{N}$, $n \geq 2$. Berechne

$$\lim_{h \to 0} \frac{f(x_0 + nh) - f(x_0 + (n-2)h)}{h}.$$

6) Eine Funktion $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ heisst *gerade* (resp. *ungerade*), falls $f(-x) = f(x)$ (resp. $f(-x) = -f(x)$) gilt für alle $x \in \mathbb{R}$.

Zeige: falls f auf ganz $\mathbb{R}$ differenzierbar ist, dass gilt:

(a) f gerade $\implies$ f' ungerade.

(b) f ungerade $\implies$ f' gerade.

7) Stelle die Gleichungen der Normalen in $x = a$ für die folgenden Kurven auf:

(a) $y = x^2$

(b) $y = x^3$.