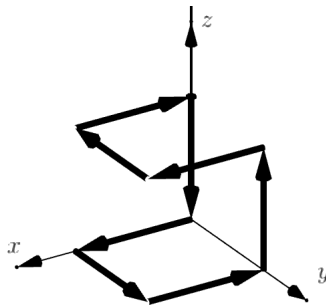


Schnellübung 11

1. Berechnen Sie die Arbeit, welche das Vektorfeld

$$\vec{v} : (x, y, z) \mapsto (yz, xyz, xy)$$

entlang des geschlossenen Weges Γ (siehe Figur) leistet. Die einzelnen Teilabschnitte des Weges Γ haben dabei Länge 1.



2. Für $a > 0$ sei P_a die Parabel mit Achse y und Scheitelpunkt $(0, 1)$, die durch den Punkt (a, a) geht. Sei γ_a der Weg von $(0, 1)$ nach (a, a) entlang P_a . Bestimmen Sie $a > 0$ so, dass die Arbeit des Vektorfeldes

$$\vec{v} : (x, y) \mapsto \left(\frac{y-1}{x}, \frac{-1}{x} \right)$$

entlang γ_a minimal wird.

3. (a) Berechnen Sie das Integral

$$\Phi = \iint_S \operatorname{rot} \vec{v} \cdot \vec{n} dA,$$

wobei $\vec{v}(x, y, z) = (yz, -xz, xy)$ ist und

$$S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + y^2 + 8z^2 = 1, z \geq 0\}$$

einen Teil der Oberfläche eines Ellipsoids bezeichnet. Die Normale zeigt auf S nach oben. Gehen Sie mit Hilfe des Satzes von Stokes zu einer Fläche \tilde{S} über, welche für die Berechnung des Integrals günstiger ist.

- (b) Benutzen Sie den Satz von Stokes, um Φ via Wegintegral zu berechnen.