

Wahrscheinlichkeitstheorie und Statistik

Serie 2

Version 2 (24. Juni 2021: In der [Lösung](#) von [Aufgabe 2.1\(a\)](#) wurde die Notation für die Potenzmenge von 2^Ω auf $\mathcal{P}(\Omega)$ geändert um mit der im [Skript](#) verwendeten Notation übereinzustimmen. Grundsätzlich werden beide Schreibweisen für die Potenzmenge in der Literatur [verwendet.](#)); Version 1 (28. Februar)

Bitte stellt Fragen in den Übungen und/oder stellt postet Fragen (anonym) in diesem file https://docs.google.com/document/d/1AhLJZNTTrsgkoC9Bmszy8kbYfTxFrEYZnSXG1S1m_0zc/edit?usp=sharing

Wir empfehlen die Aufgaben selbständig zu lösen und dann auf <https://sam-up.math.ethz.ch/> hochzuladen oder selbst mit der [Lösung](#) zu vergleichen am besten rechtzeitig vor der Übung am **8. März**.

Aufgabe 2.1 One coin is flipped and one die is rolled.

- Define a suitable probability space $(\Omega, \mathcal{F}, \mathbb{P})$ space using a Laplace model.
- Define random variables $X : \Omega \rightarrow \mathbb{R}$ and $Y : \Omega \rightarrow \mathbb{R}$ on this probability space such that X and Y represent the outcome of flipping the coin and of the roll of the die, respectively.
- Show that $\mathbb{P}[X = x, Y = y] = \mathbb{P}[X = x] \mathbb{P}[Y = y]$ for all $x, y \in \mathbb{R}$. (This means that the random variables X and Y are independent; see later.)

Aufgabe 2.2 We have two dice. One is ordinary with the numbers 1, 2, 3, 4, 5, 6 and one is special where 6 is replaced by 7 (i.e. 1, 2, 3, 4, 5, 7). We flip a coin to decide which die is rolled. If flipping the coin results in heads, the ordinary die is rolled, otherwise the special die is rolled.

- Define a suitable probability space $(\Omega, \mathcal{F}, \mathbb{P})$ using a Laplace model.
 - Define random variables $X : \Omega \rightarrow \mathbb{R}$ and $Y : \Omega \rightarrow \mathbb{R}$ such that X and Y represent the outcomes of flipping the coin and of the roll of the die, respectively.
 - What is the cardinality $|\mathcal{F}|$? Give examples of events $E_1, E_2, E_3, E_4 \in \mathcal{F}$ such that $\mathbb{P}[E_i] \neq \mathbb{P}[E_j], \forall i \neq j$.
- What is the probability that rolling the die results in an even number?
- Show that $\mathbb{P}[X = x, Y = y] \neq \mathbb{P}[X = x] \mathbb{P}[Y = y]$ for some $x, y \in \mathbb{R}$. (This means that the random variables X and Y are not independent; see later and cf. [Aufgabe 2.1](#).)

Aufgabe 2.3

- Seien A und B zwei Ereignisse mit

$$\mathbb{P}[A^c] = \frac{1}{2}, \quad \mathbb{P}[B^c] = \frac{1}{2}, \quad \mathbb{P}[A^c \cap B^c] = p.$$

Bestimmen Sie als Funktion von p

- die Wahrscheinlichkeiten $\mathbb{P}[A \cap B]$, $\mathbb{P}[A \cap B^c]$ und $\mathbb{P}[A^c \cap B]$. In welchem Bereich darf p liegen?
- die Wahrscheinlichkeit, dass höchstens i der beiden Ereignisse A und B eintreten, wobei $i = 0, 1, 2$.

Wenn du Feedback zum Übungszettel hast, schreibe bitte eine Mail an [Jakob Heiss](#).