

# Wahrscheinlichkeitstheorie und Statistik

## Serie 9

Version 4.1 (24. Juni 2021: Lösung richtig verlinkt); Version 4 (7. Juni): Lösung von Aufgabe 9.3(b) korrigiert; Version 3 (29. Mai): Nummerierung der Unteraufgaben von Aufgabe 9.3 korrigiert; Version 2 (21. Mai): Tabelle der Standardnormalverteilung hinzugefügt; Version 1 (19. Mai)

Bitte stellt Fragen in den Übungen und/oder im Forum des Moodle-Kurs und/oder (anonym) in diesem file [https://docs.google.com/document/d/1AhLJZNTRsgkoC9Bmszy8kbYfTxFrEYznSXG1S1m\\_0zc/edit?usp=sharing](https://docs.google.com/document/d/1AhLJZNTRsgkoC9Bmszy8kbYfTxFrEYznSXG1S1m_0zc/edit?usp=sharing)

Wir empfehlen die Aufgaben selbständig zu lösen und dann auf <https://sam-up.math.ethz.ch/> hochzuladen oder selbst mit der Lösung zu vergleichen am besten rechtzeitig vor der letzten Übung am **31. Mai**.

**Aufgabe 9.1** Herr Meier fährt täglich mit konstanter Geschwindigkeit dieselbe Strecke  $s_0$  (zum Beispiel von Zürich nach Bern,  $s_0 = 120$  km). Die Geschwindigkeit  $V$  hängt vom Wetter und den Verkehrsbedingungen ab, und ihre Dichte ist von der Form

$$f_V(v) = \begin{cases} C v^2 e^{-\lambda v}, & \text{falls } v \geq 0, \\ 0, & \text{sonst,} \end{cases}$$

und dem Mittel  $\mathbb{E}[V] = v_0$  (zum Beispiel  $v_0 = 90$  km/h).

- Bestimmen Sie die Werte der Parameter  $C$  und  $\lambda$ .  
HINWEIS: Benützen Sie  $\int_0^\infty t^n e^{-t} dt = n!$ .
- Berechnen Sie die Varianz von  $V$ .
- Die Fahrzeit ist  $T = s_0/V$ . Bestimmen Sie Erwartungswert und Varianz von  $T$ .

**Aufgabe 9.2** Die Zufallsvariable  $X$  besitze eine Standardnormalverteilung, die Zufallsvariable  $Y$  sei normalverteilt mit Erwartungswert  $-0.2$  und Standardabweichung  $3$ . Bestimmen Sie mit Hilfe der Tabelle im Anhang die folgenden Wahrscheinlichkeiten:

$$\mathbb{P}[X < -1.01], \quad \mathbb{P}[-3.02 < X \leq 1], \quad \mathbb{P}[Y \leq 8.8], \quad \mathbb{P}[0.43 \leq |Y| < 1.54].$$

**Aufgabe 9.3** Frau  $A$  und Herr  $B$  wollen sich treffen und verabreden sich für 16 Uhr in einem Café. Mit  $T_A$  bzw.  $T_B$  bezeichnen wir die Differenz zwischen der tatsächlichen Ankunftszeit von  $A$  bzw.  $B$  und 16 Uhr in Minuten. Wenn z.B. das Ereignis  $\{T_A \leq -5\}$  eintritt, so bedeutet dies, dass  $A$  spätestens um 15:55 Uhr ankommt.  $T_A$  und  $T_B$  seien unabhängige Zufallsvariablen. Wir nehmen an, dass  $T_A \sim \mathcal{N}(0, 3^2)$  und  $T_B \sim \mathcal{N}(-6, 4^2)$ , wobei  $\mathcal{N}(m, \sigma^2)$  eine Normalverteilung mit Erwartungswert  $m$  und Varianz  $\sigma^2$  beschreibt.

- Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass  $B$  vor 16 Uhr im Café eintrifft?

Im Folgenden nehmen wir die Tatsache an, dass wenn  $X \sim \mathcal{N}(\mu_X, \sigma_X^2)$  und  $Y \sim \mathcal{N}(\mu_Y, \sigma_Y^2)$  unabhängig sind, dann ist  $X + Y \sim \mathcal{N}(\mu_X + \mu_Y, \sigma_X^2 + \sigma_Y^2)$ .

- Wie ist  $X = T_A - T_B$  verteilt?
- Mit welcher Wahrscheinlichkeit trifft  $A$  vor  $B$  ein?
- Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass  $A$  und  $B$  innerhalb einer Minute ankommen?
- Bestimmen Sie den Erwartungswert der Zeit, die die zuerst Eintreffende Person auf die andere Person warten muss.

Wenn du Feedback zum Übungszettel hast, schreibe bitte eine Mail an [Jakob Heiss](mailto:jakob.heiss@ethz.ch).

Tabelle der Standardnormalverteilung

	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
2.2	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
2.4	0.9918	0.9920	0.9922	0.9925	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936
2.5	0.9938	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952
2.6	0.9953	0.9955	0.9956	0.9957	0.9959	0.9960	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964
2.7	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974
2.8	0.9974	0.9975	0.9976	0.9977	0.9977	0.9978	0.9979	0.9979	0.9980	0.9981
2.9	0.9981	0.9982	0.9982	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986
3.0	0.9987	0.9987	0.9987	0.9988	0.9988	0.9989	0.9989	0.9989	0.9990	0.9990

Zum Beispiel ist  $\mathbb{P}[Z \leq 1.96] = 0.975$ .