In den Übungen C.1-C.6 sollte das Wort „endlich" immer im Sinne der zweiten Definition verstanden werden. Satz 13.2 darf nicht verwendet werden.

Übung C.1. Sei a eine Menge und $n \in \mathbb{N}_0$, und sei $f\colon a \to n$ eine Bijektion. Man beweise, dass a endlich ist.

Übung C.2. Man beweise, dass die Klasse aller endlichen Mengen eine echte Klasse ist.

Übung C.3. Sei a eine endliche Menge. Man beweise, dass $\mathfrak{P}a$ endlich ist.

Übung C.4. Seien a, b endliche Mengen. Man beweise, dass $a \times b$ endlich sind.

Übung C.5. Man beweise, dass endliche Vereinigungen von endlichen Mengen endlich sind.

Übung C.6. Sei $F\colon \Omega \to \Omega$ eine Funktion und a endlich. Man beweise, dass $F[a]$ eine endliche Menge ist, ohne das Ersetzungsaxiom zu verwenden[1].

Übung C.7. Man beweise, dass die Klasse $C = \{x \mid x \text{ ist transitiv und } x \notin x\}$ induktiv ist.

Übung C.8. Man beweise, dass

$$\forall(m \in \omega) \cdot \forall(n \in \omega) \cdot \big((m^{\mathsf{N}} = n^{\mathsf{N}}) \to (m = n)\big).$$

Übung C.9. Man beweise, dass jedes $n \in \omega$ transitiv ist.

Übung C.10. Man beweise, dass $\in$ eine konnexe Ordnungen auf ω ist, d.h.

$$\forall(m \in \omega) \cdot \forall(n \in \omega) \cdot \big((m \in n) \vee (m = n) \vee (n \in m)\big).$$

Übung C.11. Man beweise, dass jede nichtleere $a \subset \omega$ hat ein kleinstes Element bzl. $\in$.

[1] Dies impliziert, dass das Ersetzungsaxiom überflüssig ist, wenn man sich auf endliche Mengen einschränkt.