

MC-Fragen Serie 11

Einsendeschluss: 17.5.2021, 10:00

1. Die Matrix $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$ hat eine Jordan-Normalform ...

- (a) ... über \mathbb{Q} .
- (b) ... über \mathbb{R} .
- (c) ... über \mathbb{C} .
- (d) für keine dieser drei Körper.

2. Die Matrix $A = \begin{pmatrix} 0 & -3i \\ -3i & 6 \end{pmatrix}$ ist über \mathbb{C} diagonalisierbar.

- (a) Richtig.
- (b) Falsch.

3. Sei V ein K -Vektorraum, und sei $T \in \text{End}(V)$. Falls $\dim(V) < \infty$, dann besitzt T eine Jordan Normalform.

- (a) Richtig.
- (b) Falsch.

4. Wenn eine lineare Abbildung genau n verschiedene Eigenwerte hat, dann hat ihre Jordan-Normalform genau n Jordan-Blöcke.

- (a) Wahr.
- (b) Wahr, aber nur falls eine Jordan-Normalform überhaupt existiert.
- (c) Falsch.

5. Sei $T \in \text{End}(V)$ nilpotent und $v \in V$. Die Lebensdauer $\ell(v)$ ist die eindeutige Zahl, so dass $T^{\ell(v)+1}v = 0$, aber $T^{\ell(v)}v \neq 0$. Dann ist die Menge $\{v, Tv, T^2v, \dots, T^{\ell(v)}v\}$ linear unabhängig.

- (a) Wahr.
- (b) Falsch.

6. Ein Element $v \in V$ ist ein *verallgemeinerter Eigenvektor* von $T \in \text{End}(T)$, wenn in $k \in \mathbb{N}$ existiert, so dass $v \in \text{Ker}((T - \lambda I_n)^k)$ für ein $\lambda \in K$.

- (a) Jeder Eigenvektor ist ein verallgemeinerter Eigenvektor.
- (b) Jeder verallgemeinerte Eigenvektor ist ein Eigenvektor.
- (c) Beide Aussagen sind falsch.

7. Matrizen A, B die beide ähnlich sind zu einer Matrix J in Jordan-Normalform, sind ähnlich zueinander.

- (a) Wahr.
- (b) Falsch.

8. Sei V endlichdimensional. Wenn $T, S \in \text{End}(V)$ das gleiche charakteristische Polynom haben, $p_T = p_S$, dann haben T und S die gleiche Jordansche Normalform.

- (a) Wahr.
- (b) Falsch.

9. Sei V endlichdimensional. Wenn $T, S \in \text{End}(V)$ das gleiche Minimal-Polynom haben, $M_T = M_S$, dann haben T und S die gleiche Jordansche Normalform.

- (a) Wahr.
- (b) Falsch.

10. Wenn $T \in \text{End}(\mathbb{C}^4)$ die Eigenwerte 3, 5 und 8 hat, dann gilt

$$(T - 3I_4)^2(T - 5I_4)^2(T - 8I_4)^2 = 0.$$

- (a) Wahr.
- (b) Falsch.