MC-Fragen Serie 12

Einsendeschluss: 24.5.2021, 10:00

---

1. Sei K ein beliebiger Körper. Jede Matrix in $M_{n\times n}(K)$ hat eine Jordan-Normalform.

(a) Wahr.

(b) Falsch.

2. Sei K ein algebraisch abgeschlossener Körper (d.h. jedes Polynom zerfällt in Linearfaktoren). Jede Matrix in $M_{n\times n}(K)$ hat eine Jordan-Normalform.

(a) Wahr.

(b) Falsch.

3. Sei K ein beliebiger Körper. Jede nilpotente Matrix in $M_{n\times n}(K)$ hat eine Jordan-Normalform.

(a) Wahr.

(b) Wahr, falls die Matrix trigonalisierbar ist.

(c) Falsch.

4. Für $A \in M_{n\times n}(\mathbb{C})$ gilt

(a) $\exp(\overline{A}) = \overline{\exp(A)}$.

(b) $\exp(A^T) = \exp(A)^T$.

(c) $\exp(A^2) = \exp(A)^2$.

(d) Alles ist falsch.

5. Für $A, B \in M_{n\times n}(\mathbb{C})$ gilt $\exp(A+B) = \exp(A)\exp(B)$.

(a) Wahr.

(b) Falsch.

6. Für $A \in M_{n\times n}(\mathbb{C})$ und $P \in \mathrm{GL}_n(\mathbb{C})$ gilt $\exp(P^{-1}AP) = P^{-1}\exp(A)P$.

(a) Wahr.

(b) Falsch.

7. Sei $\mathbb{F}$ ein endlicher Körper. Wir bemerken, dass es keine Exponentialfunktion $\mathbb{F} \to \mathbb{F}$ gibt, da wir keinen Begriff für Konvergenz von unendlichen Summen in $\mathbb{F}$ haben. Können wir das Matrix-Exponential

$$\exp(A) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{A^k}{k!}$$

definieren?

(a) Ja, für alle $A \in M_{n\times n}(\mathbb{F})$.

(b) Ja, für alle $A \in M_{n\times n}(\mathbb{F})$, die eine Jordan-Normalform haben.

(c) Ja, für alle nilpotenten $A \in M_{n\times n}(\mathbb{F})$.

(d) Nur wenn $A = 0$ ist.

8. Für $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ gilt:

(a) $\exp(A) = \begin{pmatrix} 1 & e \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

(b) $\exp(A) = \begin{pmatrix} e & 1 \\ 0 & e \end{pmatrix}$.

(c) $\exp(A) = \begin{pmatrix} e & 2 \\ 0 & e \end{pmatrix}$.

(d) $\exp(A) = \begin{pmatrix} e & 2 \\ 0 & e \end{pmatrix}$.

(e) $\exp(A) = \begin{pmatrix} e & e \\ 0 & e \end{pmatrix}$.

(f) $\exp(A) = \begin{pmatrix} e-1 & e \\ 0 & e-1 \end{pmatrix}$.

9. Für $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ gilt:

(a) $\exp(A) = \begin{pmatrix} 2 & e \\ e & 2 \end{pmatrix}$.

(b) $\exp(A) = \begin{pmatrix} e^2 & 1 \\ 1 & e^2 \end{pmatrix}$.

(c) $\exp(A) = \begin{pmatrix} e^2 & e \\ e & e^2 \end{pmatrix}$.

(d) $\exp(A) = \begin{pmatrix} e^2 \cos(1) & e^2 \sin(1) \\ e^2 \sin(1) & e^2 \cos(1) \end{pmatrix}$.

(e) $\exp(A) = \begin{pmatrix} e^2 \sin(1) & e^2 \cos(1) \\ e^2 \cos(1) & e^2 \sin(1) \end{pmatrix}$.

10. Die Haupträume der Matrisx

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 5 \\ 0 & -1 & 3 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

erfüllen:

(a) $\mathrm{Hau}(0, m_A) = \mathrm{Span}(e_1)$.

(b) $\mathrm{Hau}(1, m_A) = \mathrm{Span}(e_1)$.

(c) $\mathrm{Hau}(1, m_A) = \mathrm{Span}(e_1, e_2 + e_3)$.

(d) $\mathrm{Hau}(1, m_A) = \mathrm{Span}(e_1, 2e_2 + 3e_3)$.

(e) $\mathrm{Hau}(1, m_A) = \mathrm{Span}(e_1, 3e_2 + 2e_3)$.

(f) $\mathrm{Hau}(1, m_A) = \mathrm{Span}(5e_1 + 3e_2 + 2e_3, 3e_2 + 2e_3)$.

(g) $\mathrm{Hau}(-1, m_A) = \mathrm{Span}(e_2)$.