Dr. Menny Akka Ginosar

MC-Fragen Serie 13

Einsendeschluss: 31.5.2021, 10:00

---

1. Der Dualraum $V^\star$ hat die gleiche Dimension wie der Vektorraum V.

(a) Wahr.

(b) Falsch.

2. Sei $\mathcal{B} = \{e_1, \ldots, e_n\}$ eine Basis eines Vektorraumes V und $I = \{1, 2, \ldots, n\}$. Sei $f \in K^I$ definiert durch

$$f(i) = e_i.$$

(a) Dann ist $\mathrm{supp}(f) = \mathcal{B}$.

(b) Dann ist $\mathrm{supp}(f) = I$.

(c) Dann ist $\mathrm{supp}(f) = V$.

(d) Dann ist $\mathrm{supp}(f) = \emptyset$.

3. Seien V, W endlichdimensional. Welche Vektorräume sind auf natürliche Art isomorph?

(a) $V \cong V^\star$.

(b) $V \cong V^{\star\star}$.

(c) $M_{n\times n}(K) \cong K^{n^2}$.

(d) $\mathrm{Hom}(V, W) \cong \mathrm{Hom}(W^\star, V^\star)$.

4. Sei $\mathcal{B}$ eine Basis eines Vektorraums. Dann ist die duale Basis $\mathcal{B}^\star$ eine Basis des Dualraums $V^\star$.

(a) Das stimmt immer.

(b) Das stimmt, falls V endlichdimensional ist.

(c) Das stimmt, falls die Dimension von V abzählbar ist.

(d) Das stimmt gar nie.

5. Es seien $\mathcal{B}$ und $\mathcal{C}$ zwei Basen eines endlichdimensionalen K-Vektorraums, die sich nur in einem Element unterscheiden. Dann unterscheiden sich die dualen Basen $\mathcal{B}^\star$ und $\mathcal{C}^\star$ ebenfalls nur in einem Element.

(a) Wahr.

(b) Falsch.

6. Die duale Paarung $\langle\cdot,\cdot\rangle\colon V \times V^\star \to K$ definiert durch $\langle v,\varphi\rangle = \varphi(v)$ ist eine Bilinearform.

(a) Wahr.

(b) Falsch.

7. Wenn $\{e_i\}_{i\in I}$ eine Basis von V ist, dann ist $(\mathrm{ev}_{e_i})_{i\in I}$ eine Basis von $V^{\star\star}$.

(a) Das stimmt für jeden Vektorraum V.

(b) Das stimmt für endlichdimensionale Vektorräume.

(c) Das stimmt nie.

8. Sei W ein Untervektorraum von V. Welche Aussagen über den Annulator sind wahr?

(a) $W^0 \subseteq V^\star$.

(b) $\forall \varphi \in W^0, v \in V\colon \varphi(v) \in W$.

(c) $\forall \varphi \in W^0, w \in W\colon \varphi(w) \in W$.

(d) $\forall \varphi \in W^0, v \in V\colon \varphi(v) = 0$.

(e) $\forall \varphi \in W^0, w \in W\colon \varphi(w) = 0$.

9. Sei $W \subseteq K^n_{\text{Spalten}}$. Für jedes $w \in W$ ist $w^T \in W^0 \subseteq V^\star = K^n_{\text{Zeilen}}$.

(a) Wahr.

(b) Falsch.

10. Sei $\{e_1, e_2, e_3, e_4, e_5\}$ die Standardbasis von K^5 und sei $W = \mathrm{Sp}(e_1, e_2 + e_3)$.

(a) Dann ist $\begin{pmatrix}1 & 1 & 1 & 0 & 0\end{pmatrix} \in W^0$.

(b) Dann ist $\begin{pmatrix}0 & 1 & -1 & 3 & 2\end{pmatrix} \in W^0$.

(c) Dann ist $\begin{pmatrix}3 & 1 & -1 & 0 & 0\end{pmatrix} \in W^0$.

(d) Dann ist $\varphi\colon \sum_{i=1}^5 \lambda_i e_i \mapsto \lambda_3 - \lambda_2 \in W^0$.

(e) Dann ist $\varphi\colon \sum_{i=1}^5 \lambda_i e_i \mapsto \lambda_4 \cdot \lambda_5 \in W^0$.