Dr. Menny Akka Ginosar

MC-Fragen Serie 15

Einsendeschluss: 14.6.2021, 10:00

---

1. Jedes Element von $V \otimes W$ kann als $v \otimes w$ mit $v \in V, w \in W$ geschrieben werden.

(a) Wahr.

(b) Falsch

2. Was kann man über die lineare Abbildung

$$\begin{aligned} \psi\colon V^\star \otimes V &\to K \\ \varphi \otimes v &\mapsto \varphi(v) \end{aligned}$$

sagen?

(a) ψ ist eine multilineare Abbildung.

(b) ψ ist ein Isomorphismus.

(c) Falls V und W Dimension 1 haben, dann ist ψ injektiv.

(d) Diese Abbildung ist im Allgemeinen nicht mal wohldefiniert.

3. Sei $\dim(V) = 2$, $\dim(W) = 3$. Dann gilt $\dim V \otimes V^\star \otimes \mathrm{Hom}_K(V, W) =$

(a) 6

(b) 9

(c) 12

(d) 18

(e) 24

4. Sei $u \in U, v \in V$. Wenn $u = 0$ oder $v = 0$, dann gilt $u \otimes v = 0 \in U \otimes V$.

(a) Wahr.

(b) Falsch.

5. Welche der folgenden Elemente im Tensorprodukt $\mathbb{R}^2 \otimes \mathbb{R}^2$ sind reine Tensoren?

(a) $\begin{pmatrix}1\\1\end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}$

(b) $\begin{pmatrix}1\\1\end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix}3\\6\end{pmatrix} + \begin{pmatrix}3\\3\end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}$

(c) $\begin{pmatrix}1\\1\end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix}3\\6\end{pmatrix} + \begin{pmatrix}3\\3\end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix} + \begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix}1\\1\end{pmatrix}$

6. Seien U, V, W endlichdimensionale Vektorräume und $v, w \in V$. Welche Aussagen sind wahr?

(a) $W \otimes V \cong V \otimes W$.

(b) $v \otimes w = w \otimes v$.

(c) $(U \otimes V) \otimes W \cong U \otimes (V \otimes W)$

(d) Weder noch.

7. Sei $S = \{a, b\}$. Für den freien Vektorraum $F(S)$ über $K = \mathbb{Q}$ gilt

(a) $F(S)$ ist zweidimensional.

(b) $a + 3b \in F(S)$.

(c) $a^2 \in F(S)$.

(d) Keine der obigen Aussagen ist wahr.

8. Sei das Tensorprodukt durch $\iota\colon U \times V \to U \otimes V$ gegeben.
Die universelle Eigenschaft des Tensorproduktes besagt, dass ...

(a) Für jeden Vektorraum W und jede bilineare Abbildung $f\colon U \times V \to W$ gibt es eine eindeutige lineare Abbildung $\overline{f}\colon U \otimes V \to W$, so dass $\overline{f} \circ \iota = f$.

(b) Für jeden Vektorraum W und jede lineare Abbildung $f\colon U \times V \to W$ gibt es eine eindeutige bilineare Abbildung $\overline{f}\colon U \otimes V \to W$, so dass $\overline{f} \circ \iota = f$.

(c) Für jeden Vektorraum W und jede lineare Abbildung $f\colon U \otimes V \to W$ gibt es eine eindeutige bilineare Abbildung $\overline{f}\colon U \times V \to W$, so dass $f \circ \iota = \overline{f}$.

(d) Für jeden Vektorraum W und jede bilineare Abbildung $f\colon U \otimes V \to W$ gibt es eine eindeutige lineare Abbildung $\overline{f}\colon U \times V \to W$, so dass $f \circ \iota = \overline{f}$.

9. Sei das Tensorprodukt durch $\iota\colon V \times W \to V \otimes W$ gegeben.

(a) ι ist injektiv.

(b) ι ist surjektiv.

(c) ι ist linear.

(d) ι ist multilinear.

(e) Alle obigen Aussagen sind falsch.

10. Sei $\dim(V) = 6$, $k = 3$. Dann gilt $\dim \bigwedge^k V =$

(a) 0

(b) 6

(c) 9

(d) 15

(e) 20

(f) 24