MC-Fragen Serie 3

Einsendeschluss: 15.3.2021, 10:00

---

1. Jede Matrix ist triagonalisierbar ..

(a) .. über $\mathbb{Q}$

(b) .. über $\mathbb{R}$

(c) .. über $\mathbb{C}$

(d) .. über $\mathbb{F}_2$

2. Sei V ein endlichdimensionaler Vektorraum, $T \in \text{End}(V)$ und sei p_T das charakteristische Polynom von T. Dann gilt $p_T(T) = 0$.

(a) Wahr.

(b) Falsch.

3. Sei A eine Matrix mit $p_A(x) = x^2 - 3x$, so ist A invertierbar.

(a) Richtig.

(b) Falsch.

4. Sei V ein endlichdimensionaler K-Vektorraum und sei $T \in \text{End}(V)$. Dann existiert ein Polynom p von Grad $\dim V$ und mit Koeffizienten in K, sodass $p(T)$ die Nullabbildung ist.

(a) Richtig.

(b) Falsch.

5. Jedes Polynom mit Leitkoeffizient $(-1)^n$ ist charakteristisches Polynom eines Operators.

(a) Richtig.

(b) Falsch.

6. Betrachten Sie die lineare Abbildung auf $\mathbb{R}^2$ gegeben durch $A = \left(\begin{smallmatrix} 2 & -3 \\ 2 & -2 \end{smallmatrix}\right)$. Was sind die invarianten Unterräume von m_A?

(a) $\mathbb{R}^2$ und $\operatorname{Sp}\{\left(\begin{smallmatrix} 0 \\ 1 \end{smallmatrix}\right)\}$

(b) $\mathbb{R}^2$ und $\{0\}$

(c) $\mathbb{R}^2$, $\{0\}$ und $\operatorname{Sp}\{\left(\begin{smallmatrix} 1 \\ 1 \end{smallmatrix}\right)\}$

(d) $\mathbb{R}^2$

7. Sei A eine $n \times n$ Matrix mit $p_A(x) = x^2 - x - 1$, dann ist

(a) A^{-1} existiert nicht.

(b) A^{-1} existiert aber kann nicht aus diesen Angaben hergeleitet werden.

(c) $A^{-1} = A + I_n$.

(d) $A^{-1} = A - I_n$.

8. Betrachte die Abbildung $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3, (x, y, z) \mapsto (0, x, y)$. So ist $T + \mathrm{id}_{\mathbb{R}^3}$ eine Nullstelle des Polynoms

(a) $p(x) = x$.

(b) $p(x) = x^2$.

(c) $p(x) = x^3$.

(d) $T + \mathrm{id}_{\mathbb{R}^3}$ ist nicht eine Nullstelle eines Polynoms aus der obigen Liste.

9. Sei A eine 5×5 obere Dreiecksmatrix mit allen Einträgen auf der Diagonalen gleich 0, so gilt für die Matrix $I_5 + A$:

(a) Sie ist invertierbar.

(b) Sie ist singulär.

(c) Sie ist nilpotent.

10. *Prüfung Winter 2018:* Es gibt $n \in \mathbb{N}$ und $A, B \in M_{n \times n}(\mathbb{C})$, sodass AB nilpotent ist, aber BA nicht nilpotent ist.

(a) Wahr.

(b) Falsch.