Dr. Menny Akka Ginosar

MC-Fragen Serie 8

Einsendeschluss: 26.4.2021, 10:00

---

1. Jeder unitäre Operator ist normal.

(a) Wahr.

(b) Falsch.

2. Weche Aussagen über orthogonale Operatoren stimmen?

(a) Jeder orthogonale Operator ist diagonalisierbar.

(b) Ausser der Identität ist kein orthogonaler Operator diagonalisierbar.

(c) Keine der obigen Aussagen ist wahr.

3. Falls alle Eigenwerte eines Endomorphismus gleich 1 sind, dann muss der Endomorphismus unitär oder orthogonal sein.

(a) Wahr.

(b) Falsch.

4. Welche der folgenden linearen Abbildungen sind orthogonal?

(a) Die Identität.

(b) Spiegelungen an Hyperebenen (Unterräume mit Codimension 1).

(c) Die Punktspiegelung am Ursprung.

(d) Orthogonale Projektionen auf Unterräume.

(e) Streckungen.

(f) Rotationen.

(g) Alle Abbildungen mit Determinante = 1.

5. Eine Isometrie auf einem Euklidischen Vektorraum ist eine Abbildung $T : V \to V$, sodass $\|Tv - Tw\| = \|v - w\|$ für alle $v, w \in V$ gilt. Welche der folgenden Aussagen ist richtig?

(a) Jede Isometrie ist orthogonal.

(b) Jede orthogonale Abbildung ist eine Isometrie.

(c) Keine der Aussagen ist richtig.

6. Sei T ein linearer Operator auf einem endlichdimensionalen Vektorraum. Welche Aussagen über Singulärwerte und Eigenwerte sind wahr?

(a) Wenn λ ein Eigenwert von T ist, dann ist λ auch ein Singulärwert.

(b) Wenn σ ein Singularwert von T ist, dann ist σ auch ein Eigenwert.

(c) Wenn σ ein Singulärwert von T ist, dann ist σ^2 ein Eigenwert von $T^\star T$.

7. Sei $c \in \mathbb{R}$. Wenn σ ein Singulärwert von A ist, dann ist $c\sigma$ ein Singulärwert von cA.

(a) Wahr.

(b) Falsch.

8. Sei $\lambda \in \mathbb{C}$ ein Eigenwert einer selbstadjungierten Matrix A. Dann ist $|\lambda|$ ein Singularwert von A.

(a) Wahr.

(b) Falsch.

9. Welche Aussagen über eine lineare Abbildung $T\colon V \to W$ gelten?

(a) $\mathrm{Rang}(T) = \mathrm{Rang}(T^\star)$

(b) $\ker(TT^\star) = \ker(T^\star)$

(c) $\ker(T^\star T) = \ker(T^\star)$

(d) $\mathrm{Im}(T^\star T) = \mathrm{Im}(T)$

(e) $\mathrm{Im}(TT^\star) = \mathrm{Im}(T)$

(f) Alle Eigenwerte von $TT^\star$ sind nicht-negative reelle Zahlen.

10. Alle Singulärwerte von T sind gleich 0 genau dann wenn $T = 0$.

(a) Wahr.

(b) Falsch.