D-INFK	**Analysis II**	**ETH Zürich**
Prof. Marc Burger	Serie 13	FS 2021

1) Kreuze die richtigen Aussagen an:

   - ☐ $\int_0^\infty e^{-x^2}\,dx = \frac{\pi}{2}$.
   - ☐ Der Satz von Green besagt $\iint_A F(s)\,ds = \int_{\partial A} \left(\frac{\partial f_2}{\partial x} - \frac{\partial f_1}{\partial y}\right)\, d(x,y)$.
   - ☐ Die Jacobi Matrix der Abbildung $\Phi(a,b) = \begin{pmatrix} a^2 \\ ab \end{pmatrix}$ ist für alle a, $b \in \mathbb{R}$ invertierbar.
   - ☐ Die Vektoren $v_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ und $v_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ definieren keine positiv orientierte Basis von $\mathbb{R}^2$.

2) Berechne folgende Integrale mittels Polarkoordinaten:

   a)
$$\int_0^{2a} \left[\int_0^{\sqrt{2ax-x^2}} \left(x^2+y^2\right)\, dy \right] dx$$

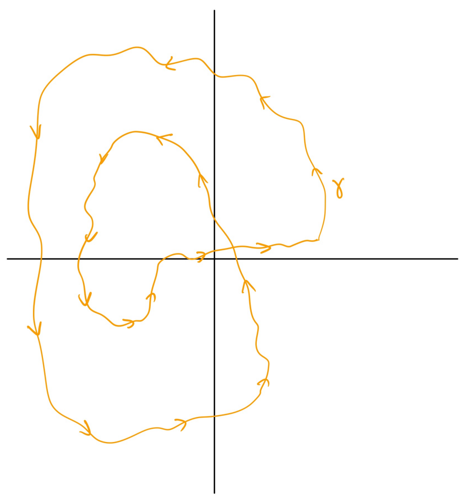
   b)
$$\int_0^1 \left[\int_{x^2}^{x} \left(x^2+y^2\right)^{-\frac{1}{2}}\, dy \right] dx.$$

3) Berechne
$$\iint_C x \cdot y \, d(x,y),$$
mittels Variabenwechsel
$$x = u^2 - v^2,\ y = 2uv,$$
wobei
$$C = \left\{ (x,y) \,|\, x^2+y^2 \leq 1 \right\}.$$

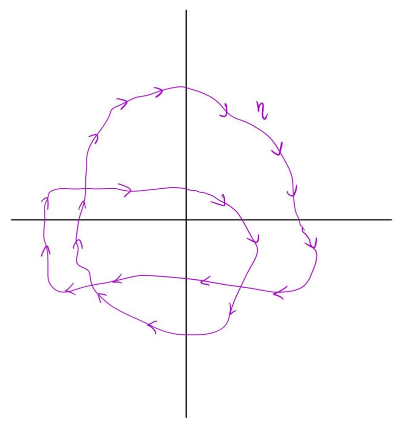
4) Sei

$$F\colon \mathbb{R}^2 \setminus \{0\} \to \mathbb{R}^2, \quad F(x,y) = \begin{pmatrix} -\frac{y}{x^2+y^2} \\ \frac{x}{x^2+y^2}. \end{pmatrix}$$

Berechne das Linienintegral von F über γ und η:



(a) curve γ



(b) curve η