

1) Kreuze die richtigen Eigenschaften an:

	Beschr.	Abgeschl.	Kompakt
$\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^3 + y^3 + z^3 < 2021\}$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$\{(x, g(x)) \in \mathbb{R}^2 \mid x \in [0, 1], g(x) = 3x^2\}$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$\{(x, g(x)) \in \mathbb{R}^2 \mid x \in (-\pi/2, \pi/2), g(x) = \tan(x)\}$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$\{(\cos(\alpha), \sin(\alpha)) \in \mathbb{R}^2 \mid \alpha \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}\}$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$\{(k, 0, 0) \in \mathbb{R}^3 \mid k \in \mathbb{Z} \cap [0, 2021]\}$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x \in [-1, 1]\}$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

2) Welche der folgenden Aussagen ist wahr?

- Sei $\text{pr}: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$, $\text{pr}(x, y) := x$ und $A \subseteq \mathbb{R}^2$ abgeschlossen. Dann ist auch $\text{pr}(A) \subseteq \mathbb{R}$ abgeschlossen.
- Falls $A \subseteq \mathbb{R}^n$ geschlossen ist, dann ist $A^c = X \setminus A$ offen.
- Die Menge $O \subseteq \mathbb{R}^n$ ist offen genau dann wenn O nicht abgeschlossen ist.
- Sei $f: [0, 1]^n \rightarrow \mathbb{R}$ stetig. Dann ist f beschränkt.
- Sei $f: [-1, 1]^n \setminus \{0\} \rightarrow \mathbb{R}$ stetig. Dann ist f beschränkt.

3) Berechne folgende partielle Ableitungen:

a) $\partial_2 f(x)$ und $\partial_3 f(0, 1, 3)$ wobei

$$f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x_1, x_2, x_3) = e^{x_1 x_2 x_3}.$$

b) $\partial_2 g_2(x)$ und $\partial_1 g_1(0, 0)$ wobei

$$g: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2, \quad g(x_1, x_2) = \begin{pmatrix} \cos(x_1 x_2) e^{x_1 + x_2} \\ \sin(x_1 x_2) \end{pmatrix}.$$

4) Berechne die Jacobimatrizen $J_f(x)$ der folgenden Funktionen:

a)

$$f(x_1, x_2, \dots, x_n) = \sum_{i=1}^n x_i^2,$$

b)

$$f(x_1, x_2) = \begin{pmatrix} \cos(x_1) \\ \sin(x_1 + x_2) \end{pmatrix}.$$