D-INFK	**Analysis II**	**ETH Zürich**
Prof. Marc Burger	Serie 8	FS 2021

1) Gegeben ist eine glatte Funktion $f\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ und ein kritischer Punkt (x_0, y_0). Bestimme, ob es sich dabei um ein lokales Maximum, lokales Minimum, oder Sattelpunkt handelt.

Fkt.	**Krit. Pkt.**	**lok. Max.**	**lok. Min.**	**Sattelpkt.**
$f(x,y) = x^2 + y^2$	$(0,0)$	☐	☐	☐
$f(x,y) = -e^x \cdot y^2$	$(2,0)$	☐	☐	☐
$f(x,y) = xy$	$(0,0)$	☐	☐	☐
$f(x,y) = \cos(x)\sin(x)$	$(0,\pi/2)$	☐	☐	☐

2) Zeige Aussage (3) von Satz 2.53 aus der Vorlesung.[1]

3) Seien $a > b > c > 0$. Bestimme die Maxima und Minima der Funktion

$$f(x,y,z) = x^2 + y^2 + z^2$$

mit Nebenbedingungen

$$\left(\frac{x}{a}\right)^2 + \left(\frac{y}{b}\right)^2 + \left(\frac{z}{c}\right)^2 = 1.$$

Interpretiere das Resultat geometrisch.

4) Seien $p > 1$, a, $b > 0$. Finde die Maxima von

$$f(x,y) = ax + by$$

in

$$\left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \,\middle|\, x > 0,\ y > 0,\ g(x,y) = x^p + y^p - 1 = 0\right\}.$$

[1] Siehe Handnotizen vom 04.11 auf der Metaphorseite.

Schliesse daraus die **Höldersche Ungleichung**:

Für alle a, b, ξ, η positiv und $p > 1$ gilt:

$$a\xi + b\eta \leq (\xi^p + \eta^p)^{\frac{1}{p}} + (a^q + b^q)^{\frac{1}{q}} \,,$$

wobei $\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = 1$.