ETH Zürich
HS 2021
Prof. Dr. E. W. Farkas

Mathematik III - D-HEST - HS2021

Syllabus

- **Kapitel 0: Voraussetzungen** (Referenzmaterial)
  - Mengen und Quantoren
  - Folgen, Summen und Reihen
  - Funktionen und Graphen: periodische Funktionen, einseitige Grenzwerte und Unstetigkeitsstellen, gerade und ungerade Funktionen
  - Lineare Algebra: reelle Vektorräume, Vektorräume und ihre Basen, Determinante, Eigenvektoren, Eigenwerte, charakteristisches Polynom, Diagonalisierbare Matrizen, Matrixexponential

- **Kapitel 1: Fourierreihen** (6 Vorlesungsstunden)
  - Wie sich die Fourierreihe auf natürliche Weise ergibt: Wärmeleitungsgleichung
  - Die Bausteine: harmonische Schwingungen
  - Berechnung der Koeffizienten (mit Rückblick auf Kapitel 1: Periodische Funktionen, (Un)gerade Funktionen, Integrale)
  - Fourierreihen periodischer Funktionen
  - Allgemeine periodische Funktionen und komplexe Fourier-Koeffizienten
  - Gerade und ungerade Funktionen
  - Anwendungen zur Lösung gewöhnlicher Differentialgleichungen, Reihenansätze.

- **Kapitel 2: Systeme linearer Differentialgleichungen erster Ordnung** (7 Vorlesungsstunden)
  - Einführung, Matrixnotation
  - Definition, allgemeine Lösungsmenge, Fundamentalsystem (mit Rückblick auf Kapitel 1: charakteristisches Polynom, Eigenwerte, Eigenvektoren, Basen)
  - Bestimmung von Lösungen mittels Eigenvektoren, Fundamentalsystem im diagonalisierbaren Fall (mit Rückblick auf Kapitel 1: Diagonalisierbarkeit)
  - Jordansche Normalform (mit Rückblick auf Kapitel 1: Matrixexponential)
  - Allgemeine Lösung eines Anfangswertproblems
  - Lineare Mehrkompartimentmodelle (Einführung, Herleitung der Differentialgleichungen, Verweis auf Kapitel 4: Modelle)
  - Homogene lineare Differentialgleichungen n-ter Ordnung mit konstanten Koeffizienten.

- **Kapitel 3: Modelle** (6 Vorlesungsstunden)
  - Begriffsbildung: (mathematisches) Modell, Systeme
  - Einführende Beispiele von Modellen (Sonnensystem, Algenwachstum, See als linearer Durchflussreaktor, Stoffaustausch an Grenzflächen)
  - Einführung in mehrdimensionale Modelle
  - Lineare Mehrkompartimentmodelle (Box-Modelle): Matrixschreibweise, homogene/inhomogene Systeme, stationäre und partikuläre Lösungen.
  - "Case study": Pocken
  - SIR-Modell

- **Kapitel 4: Laplace-Transformation** (7 Vorlesungsstunden)

  - Grundbegriffe: Definition der Laplace-Transformation und Beispiele, Konvergenz des Laplace-Integrals
  - Eigenschaften der Laplace-Transformation: Berechnung, Transformationssätze (Linearität, Ähnlichkeitssatz, Verschiebungssätze, Dämpfungssatz, Ableitungssätze, Integrationssätze, Faltungssatz, Grenzwertsätze)
  - Rücktransformation
  - Laplace-Transformation periodischer Funktionen
  - Anwendungen der Laplace-Transformation zur Lösung linearer Differentialgleichungen mit konstanten Koeffizienten.

- **Kapitel 5: Partielle Differentialgleichungen** (6 Vorlesungsstunden)

  - Definition, Anfangsbedingungen, Randbedingungen
  - Wärmeleitungsgleichung / Diffusionsgleichung: Herleitung, Lösung an einfachen Beispielen (z.B. im geschlossenen Draht)
  - Techniken: Separationsansätze, Basislösungen, Superpositionsprinzip (Fourier-Reihe)
  - Laplace-Gleichung: Lösung einfacher Randwertprobleme, Polarform, Poisson-Formel, harmonische Funktionen.

- **Kapitel 6: Fourier-Transformation** (5 Vorlesungsstunden)

  - Definition und Beispiele
  - Elementare Eigenschaften der Fourier-Transformation (Linearität, Stetigkeit, Umkehrformel, Ableitungen, Faltungssatz)
  - Partielle Differentialgleichungen mit Fourier-Transformation lösen

- **Prüfungsvorbereitung am 20.12.2021** (2 Vorlesungsstunden)

Insgesamt 39 Vorlesungsstunden und 3 für Reserve / Ergänzungen