

Stochastik

Serie 12

1. Eine Klimaanlage schafft es, die Raumtemperatur bis auf eine Standardabweichung von einem halben Grad Celsius konstant zu halten. Die angestrebte Raumtemperatur beträgt 20.00 Grad Celsius. An zehn aufeinanderfolgenden Tagen wurden die folgenden Temperaturen gemessen:

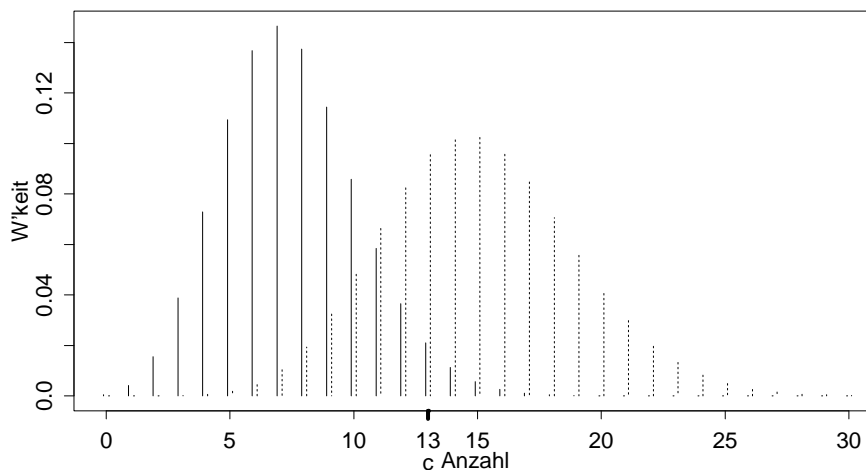
20.71 19.76 20.56 21.39 21.00 19.67 20.92 20.31 20.39 20.72.

Führe einen Vorzeichentest zum 5%-Niveau durch, um zu beurteilen, ob die Klimaanlage richtig geeicht ist. Wie lautet der zugehörige p-Wert? Wie lautet der Testentscheid?

2. Wir bezeichnen mit X die Anzahl Asbestfasern in einem bestimmten Volumen und wählen eine Poisson-Verteilung $X \sim Pois(\lambda)$.

In der untenstehenden Abbildung ist die Verteilung von X für die Nullhypothese $\lambda_0 = 7.5$ respektive für die Alternativhypothese $\lambda = 15$ und die kritische Grenze $c = 13$ angegeben ($\alpha = 0.05$, einseitiger Test und c gehört zum Verwerfungsbereich).

- a) Zeichne in diese Grafik den Verwerfungsbereich, die Wahrscheinlichkeit des Fehlers 1. Art und des Fehlers 2. Art ein.



Bitte wenden!

b) Beurteile die folgenden Aussagen mit “richtig” oder “falsch”. Gib eine kurze Begründung an.

1. Die Macht wird kleiner, wenn man das Niveau des Tests vergrößert.
2. Die Alternative mit $\lambda = 20$ hat einen grösseren Fehler 2. Art als die Alternative mit $\lambda = 15$.
3. Falls die kritische Grenze auf $c = 14$ erhöht wird, so wird die Macht kleiner.

3. Die Schmelzwärme von Wasser kann mit zwei Methoden gemessen werden. In verschiedenen Versuchen ergaben sich die folgenden Messwerte (in cal/g)

Methode 1: 12 Werte, $\bar{x} = 80.02$, $\sum_{i=1}^{12} (x_i - \bar{x})^2 = 0.00691$.

Methode 2: 8 Werte, $\bar{y} = 79.98$, $\sum_{i=1}^8 (y_i - \bar{y})^2 = 0.00673$.

Teste unter Annahme der Normalverteilung auf dem 1%-Niveau, ob sich die beiden Messmethoden systematisch unterscheiden.

4. Zwei Tiefen-Messgeräte messen für die Tiefe einer Gesteins-Schicht an 9 verschiedenen Orten die folgenden Werte:

Messgerät A	120	265	157	187	219	288	156	205	163
Messgerät B	127	281	160	185	220	298	167	203	171
Differenz x_i	-7	-16	-3	2	-1	-10	-11	2	-8

Kennzahlen für die Differenz: \bar{x} beträgt -5.78 , die Standardabweichung $s = 6.2$.

Es wird vermutet, dass Gerät B systematisch grössere Werte misst. Bestätigen die Messwerte diese Vermutung oder ist eine zufällige Schwankung als Erklärung plausibel?

- a) Handelt es sich um verbundene (gepaarte) oder um unabhängige Stichproben?
- b) Führe einen t-Test auf dem Niveau $\alpha = 0.05$ durch. Formuliere explizit: Modellannahmen, Nullhypothese, Alternative, Teststatistik, Verwerfungsbereich und Testergebnis.