Serie 1

Aussagen- und Prädikatenlogik

1. Welche der folgenden Aussagen ist ein gültiger logischer Einwand gegen das Sprichwort „Alles verstehen heisst alles verzeihen“? (Interpretiere das Wort „heisst“ im Sinne von „impliziert“.)

   (a) Niemand versteht alles.

   (b) Ich verstehe die Eifersucht, aber ich kann sie nicht verzeihen.

   (c) Ich verstehe alles, aber die Eifersucht kann ich nicht verzeihen.

   (d) Niemand würde alles verzeihen.

   (e) Ich verzeihe die Eifersucht, obwohl ich sie nicht verstehe.

2. Zeigen Sie die Äquivalenz der Aussagen $A \to B$ und $\neg B \to \neg A$ mit Hilfe einer Wahrheitstafel. Geben Sie ein Beispiel für diese Äquivalenz aus dem täglichen Leben.

3. Seien A, B, C Aussagen. Vereinfachen Sie die folgenden Aussagen:

   (a) $A \vee (A \wedge B) \vee (A \wedge B \wedge C)$

   (b) $(A \wedge B) \vee \neg(A \vee \neg B)$

   (c) $(A \to B) \vee (B \to C)$

4. Wählen Sie irgendeine Aussage mit mindestens 3 Quantoren aus dem täglichen Leben (am besten aus einem völlig anderen Bereich — es soll ja Spass machen). Drücken Sie sie einmal nur in Worten und einmal in logischen Symbolen aus. Tun Sie dasselbe mit der Negation der Aussage. Geben Sie ein Beispiel dafür, welche nicht äquivalente Aussage herauskommen kann, wenn Sie die Reihenfolge der Quantoren oder die Klammerung verändern.

5. Formulieren Sie die Aussagen „es gibt keine grösste natürliche Zahl“ und „für jede natürliche Zahl n gibt es eine strikt grössere natürliche Zahl“ in Prädikatenlogik. Zeigen Sie durch Umformung in Prädikatenlogik die Äquivalenz beider Aussagen.