# Single Choice Aufgaben 10

## Darstellungsmatrizen, Rang, Dualraum

Sie haben 15 Minuten Zeit, um die 5 untenstehenden Aufgaben zu lösen. Es ist jeweils genau eine Antwort richtig.

1. Welche Aussage ist im Allgemeinen falsch?
   (a) Die Basiswechselmatrix ist die Darstellungsmatrix der Identitätsabbildung bezüglich der entsprechenden Basen.
   (b) Jeder endlich dimensionale Vektorraum ist isomorph zu $K^n$ für ein $n \geqslant 0$.
   (c) Der Rang jeder linearen Abbildung $f\colon K^n \to K^m$ ist mindestens $\min\{n, m\}$.
   (d) Die Darstellungsmatrix eines Isomorphismus ist invertierbar.

2. Betrachte $\mathbb{C}$ als zweidimensionalen reellen Vektorraum mit der geordneten Basis $\mathcal{B} := (1, i)$. Die Matrix ${}_{\mathcal{B}}[\ldots]_{\mathcal{B}} := \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ ist die Darstellungsmatrix bezüglich $\mathcal{B}$ der folgenden linearen Abbildung $\mathbb{C} \to \mathbb{C}$:
   (a) Die komplexe Konjugation $z \mapsto \bar{z}$
   (b) $z \mapsto \mathrm{Re}(z)$
   (c) $z \mapsto \mathrm{Im}(z)$
   (d) $z \mapsto iz$

3. Der Rang der Matrix $\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ -3 & -9 \end{pmatrix}$ über $\mathbb{Q}$ ist
   (a) 0
   (b) 1
   (c) 2
   (d) 3

4. Für jede $n \times m$-Matrix $A$ und jede invertierbare $n \times n$-Matrix $B$ gilt
   (a) $\mathrm{Rang}(BA) = \mathrm{Rang}(B) \cdot \mathrm{Rang}(A)$
   (b) $\mathrm{Rang}(BA) = \mathrm{Rang}(B) + \mathrm{Rang}(A)$
   (c) $\mathrm{Rang}(BA) = \mathrm{Rang}(A)$
   (d) $\mathrm{Rang}(BA) = \mathrm{Rang}(B)$

5. Welche der folgenden Aussagen ist richtig für alle endlich-dimensionalen Vektorräume $V$ und $W$?
   (a) Für jeden Isomorphismus $T\colon V \xrightarrow{\sim} V^\vee$ und jede geordnete Basis $\mathcal{B}$ von $V$ ist $T(\mathcal{B}) = \mathcal{B}^\vee$.
   (b) Falls $V$ und $W$ isomorph sind, so sind auch $V^\vee$ und $W^\vee$ isomorph.
   (c) Für jeden Monomorphismus $i\colon V \hookrightarrow W$ ist der duale Homomorphismus $i^\vee\colon W^\vee \to V^\vee$ ein Monomorphismus.
   (d) Die Dimension von $\mathrm{Hom}_K(V, W)$ ist $\dim_K(V) + \dim_K(W)$.