

## Single Choice Aufgaben 13

### POLYNOME, EIGENWERTE, EIGENVEKTOREN

Sie haben 15 Minuten Zeit, um die 5 untenstehenden Aufgaben zu lösen. Es ist jeweils genau eine Antwort richtig.

1. Seien  $f, g \in K[X]$  zwei Polynome über einem Körper  $K$ . Welche Aussage ist im Allgemeinen falsch?
  - (a) Falls  $f \cdot g$  eine Nullstelle besitzt, besitzt  $f$  oder  $g$  eine Nullstelle.
  - (b) Falls  $\deg(f) = 1$  ist, besitzt  $f$  eine Nullstelle.
  - (c) Falls  $f$  irreduzibel vom Grad  $\deg(f) > 1$  ist, besitzt  $f$  keine Nullstelle.
  - (d) Falls  $f$  und  $g$  genau die gleichen Nullstellen haben, gilt  $f = g$ .
2. Welche Aussage ist im Allgemeinen falsch für quadratische Matrizen?
  - (a) Wenn 0 ein Eigenwert von  $A$  ist, dann sind die Spalten von  $A$  linear abhängig.
  - (b) Jeder Vektor  $v$  mit  $Av = \lambda v$  für ein von Null verschiedenes  $\lambda \in K$  ist ein Eigenvektor von  $A$ .
  - (c) Wenn  $\lambda$  ein Eigenwert von  $A$  ist, dann ist der zu  $\lambda$  gehörende Eigenraum genau die Menge aller Vektoren  $v$ , für welche  $Av = \lambda \cdot v$  gilt.
  - (d) Wenn  $A$  nicht invertierbar ist, dann hat  $A$  mindestens einen Eigenwert.
3. Welche Aussage ist im Allgemeinen richtig für quadratische Matrizen?
  - (a) Jede Matrix hat einen Eigenwert.
  - (b) Ähnliche Matrizen haben die gleichen Eigenwerte.
  - (c) Haben zwei Matrizen die gleichen Eigenwerte, so sind sie zueinander ähnlich.
  - (d) Ähnliche Matrizen haben die gleichen Eigenvektoren.
4. Betrachte die Matrix  $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$  und die Vektoren  $v_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$  und  $v_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ . Welche der folgenden Aussagen ist richtig?
  - (a) Nur  $v_1$  ist ein Eigenvektor von  $A$ .
  - (b) Nur  $v_2$  ist ein Eigenvektor von  $A$ .
  - (c)  $v_1$  und  $v_2$  sind beides Eigenvektoren von  $A$ .
  - (d) Weder  $v_1$  noch  $v_2$  sind Eigenvektoren von  $A$ .
5. Sei  $A$  eine quadratische Matrix über  $K$ . Welche Aussage ist im Allgemeinen falsch?
  - (a) Wenn  $\lambda$  ein Eigenwert von  $A$  ist, dann ist  $\lambda - s$  ein Eigenwert von  $A - s \cdot I$  für alle  $s \in K$ .
  - (b) Die Diagonaleinträge einer Diagonalmatrix sind genau die Eigenwerte.
  - (c) Wenn  $v$  und  $v'$  Eigenvektoren von  $A$  sind, dann ist auch  $v + v'$  ein Eigenvektor von  $A$ .
  - (d) Wenn  $\lambda$  ein Eigenwert von  $A$  ist, dann ist  $\lambda^n$  ein Eigenwert von  $A^n$  für alle  $n \geq 1$ .