

Serie 6

Aufgabe 1

Finde eine Isometrie von $\mathbb{H}^2 = (B_1, d_{\mathbb{H}^2})$, die den Punkt 0 nach $\frac{1}{2} + i\frac{1}{2}$ sendet. Wie viele solche Isometrien gibt es?

Aufgabe 2

Wir bemerken, dass das Oktaeder in Abbildung 1 auf die Sphäre S^2 projiziert werden kann. Das Oktaeder entspricht somit einer Kachelung der Sphäre. In Abbildung 2 ist eine Kachelung der hyperbolischen Ebene dargestellt. Beantworte für die Kachelungen von S^2 und \mathbb{H}^2 die folgenden Fragen.

- (1) Aus wievielen Dreiecken bestehen die Kachelungen?
- (2) Wieviele Dreiecke treffen sich jeweils an einem Eckpunkt?
- (3) Wie viele Elemente hat die Symmetriegruppe der Kachelung?
- (4) Wie viele Elemente hat die Untergruppe, die einen Eckpunkt eines Dreiecks fixiert?

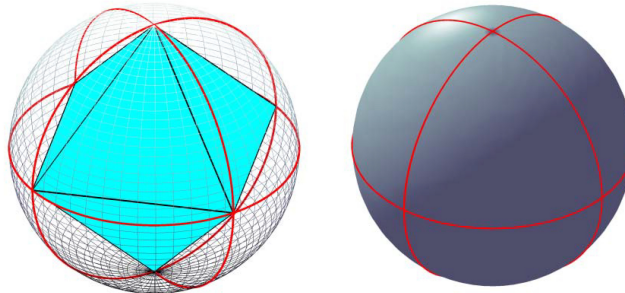


Abbildung 1: Der Oktaeder kann als Kachelung der Sphäre verstanden werden.

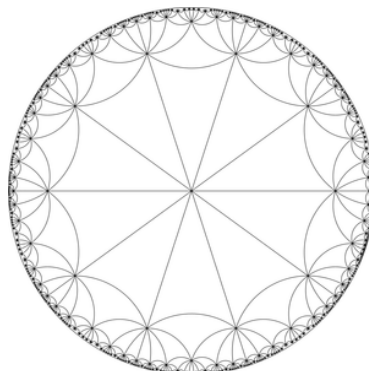


Abbildung 2: Eine Kachelung der hyperbolischen Ebene in Dreiecke.

Aufgabe 3

Sei p ein Punkt in einer Kreisscheibe. Konstruiere nur mit Zirkel und Lineal das Bild von p unter der Inversion am Kreis.

Tipp: Zeichne zwei Geraden, die sich in p schneiden und überlege, was die Inversion mit den beiden Geraden macht.