Nur die Aufgaben mit einem * werden korrigiert.

10.1. MC Fragen.

(a) Kreuze die richtigen Aussagen an

- ☐ Ist der Graph einer Funktion eine Gerade, dann ist die zugehörige Ableitung konstant.
- ☐ Ist eine Funktion f das Doppelte einer Funktion g, dann ist auch die Ableitung von f das Doppelte der Ableitung von g.
- ☐ Ist $f(0) < 0$, dann gilt auch $f'(0) < 0$.

(b) Seien $a < b$ relle Zahlen, $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ eine beschränkte Funktion und $f : [a, b] \to \mathbb{R}$ eine beschränkte Funktion mit $f(a) < f(b)$. Welche Aussagen treffen zu?

- ☐ Falls es für jedes $c \in [f(a), f(b)]$, ein $x \in [a, b]$ gibt mit $f(x) = c$, so folgt, dass f stetig ist.
- ☐ Falls $g \circ f$ und g differenzierbar sind, so folgt, dass f differenzierbar ist.
- ☐ Falls f differenzierbar ist, gibt es $x_0 \in [a, b]$ so, dass

$$f'(x_0) = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}.$$

(c) Sei $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ und $h\colon \mathbb{R} \to [0, +\infty)$ so dass

$$\lim_{x\to+\infty} f(x) = -\infty, \ \lim_{x\to\infty} h(x) = 0.$$

Kreuzen Sie die Richtige Aussagen an.

- ☐ $\lim_{x\to\infty} h(x) \cdot f(x) = 0$ ist möglich.
- ☐ $\lim_{x\to\infty} h(x) \cdot f(x) = +\infty$ ist möglich.
- ☐ $\lim_{x\to\infty} h(x) \cdot f(x) = -\infty$ ist nicht möglich.
- ☐ $\lim_{x\to-\infty} h(x) \cdot f(x) = +\infty$ ist möglich.

***10.2. Ableitung I.**

Zeige:

(a)

$$\tan\colon \left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right) \to \mathbb{R}$$

ist streng monton wachsend.

(b)

$$\lim_{x\to\left(\frac{\pi}{2}\right)^-} \tan(x) = +\infty \text{ und } \lim_{x\to\left(-\frac{\pi}{2}\right)^+} \tan(x) = -\infty.$$

(c) Schliesse, dass $\tan\colon \left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right) \to \mathbb{R}$ bijektiv ist. Die inverse wird arctan gennant.

(d) Berechne die Ableitung von arctan.

10.3. Ableitung II. Berechnen Sie die Ableitung der $f\colon \mathbb{R}\setminus\{0\} \to \mathbb{R}$, $f(x) = x\sin\left(\frac{1}{x}\right)$.

Ist

$$g\colon \mathbb{R}\to\mathbb{R}, \qquad g(x) = \begin{cases} x\sin\left(\frac{1}{x}\right), & x\neq 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases}$$

in $x = 0$ differenzierbar?

***10.4. L'Hospital Regel.** Berechnen Sie die Folgende Grenzwerte.

(a) $\displaystyle\lim_{x\to 3} \frac{x^3 - 4x^2 + 9}{x^2 + x - 12}$

(b) $\displaystyle\lim_{x\to\infty} \frac{\ln(2x)}{x^2}$

(c) $\displaystyle\lim_{x\to\infty} (e^x + x)^{1/x}$