

Nur die Aufgaben mit einem * werden korrigiert.

12.1. MC Fragen.

(a) Der Wert des Integrals $\int_{-1}^1 |x| dx$ beträgt

- 0
- $\frac{1}{2}$
- 1
- 2

(b) Sei $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ eine Funktion. Wählen Sie die richtige Aussagen:

- f ist immer integrierbar.
- Falls f monoton ist, ist f auch integrierbar.
- Falls f beschränkt ist, ist f auch integrierbar.
- Falls f stetig ist, ist f auch integrierbar.

(c) Ist die folgende Aussage wahr?

Sei $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ eine Funktion. Dann gibt es $c \in [a, b]$ mit

$$\int_a^b f(x) dx = f(c)(b - a).$$

- Ja
- Nein

12.2. Integration I.

(a) Überprüfen Sie nach der Definition, ob das Folgende gilt:

$$\int_a^b c dx = c \cdot (b - a),$$

wobei $a, b, c \in \mathbb{R}$.

(b) Berechnen Sie

$$\int_0^4 [x] dx.$$

***12.3. Integration II.** Berechnen Sie die Integral

$$\int_1^2 \frac{1}{x^2} dx$$

nach der Definition.

Hinweis: Als Partition nehmen Sie $P = \{x_k := 1 + \frac{k}{n} \mid k \in \{1, 2, \dots, n\}\}$ und als Mittelpunkte nehmen Sie $\xi_i = \sqrt{x_i \cdot x_{i+1}}$.

***12.4. Stammfunktionen**

(a) Seien $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ und $g : [c, d] \rightarrow \mathbb{R}$ differenzierbare Funktionen mit $[c, d] \subseteq f([a, b])$. Bestimmen Sie eine Stammfunktion zu

$$x \mapsto f'(g(x))g'(x), \quad x \in [c, d].$$

Finden Sie eine Stammfunktion der folgenden Funktionen:

(b) $(x^2 - 2x + 2)^{2022}(2x - 2)$;

(c) $-e^{1/x} \frac{1}{x^2}$;

(d) $\frac{x}{\sqrt{1+x^2}}$;

(e) $\frac{f'(x)}{f(x)}$, mit f beliebig ;

(f) $\tan x$.