

Nur die Aufgaben mit einem \* werden korrigiert.

### 12.1. MC Fragen.

(a) Der Wert des Integrals  $\int_{-1}^1 |x| dx$  beträgt

- 0
- $\frac{1}{2}$
- 1
- 2

(b) Sei  $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$  eine Funktion. Wählen Sie die richtige Aussagen:

- $f$  ist immer integrierbar.
- Falls  $f$  monoton ist, ist  $f$  auch integrierbar.
- Falls  $f$  beschränkt ist, ist  $f$  auch integrierbar.
- Falls  $f$  stetig ist, ist  $f$  auch integrierbar.

(c) Ist die folgende Aussage wahr?

Sei  $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$  eine Funktion. Dann gibt es  $c \in [a, b]$  mit

$$\int_a^b f(x) dx = f(c)(b - a).$$

- Ja
- Nein

### 12.2. Integration I.

(a) Überprüfen Sie nach der Definition, ob das Folgende gilt:

$$\int_a^b c dx = c \cdot (b - a),$$

wobei  $a, b, c \in \mathbb{R}$ .

(b) Berechnen Sie

$$\int_0^4 [x] dx.$$

**\*12.3. Integration II.** Berechnen Sie die Integral

$$\int_1^2 \frac{1}{x^2} dx$$

nach der Definition.

Hinweis: Als Partition nehmen Sie  $P = \{x_k := 1 + \frac{k}{n} \mid k \in \{1, 2, \dots, n\}\}$  und als Mittelpunkte nehmen Sie  $\xi_i = \sqrt{x_i \cdot x_{i+1}}$ .

**\*12.4. Stammfunktionen**

(a) Seien  $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$  und  $g : [c, d] \rightarrow \mathbb{R}$  differenzierbare Funktionen mit  $[c, d] \subseteq f([a, b])$ . Bestimmen Sie eine Stammfunktion zu

$$x \mapsto f'(g(x))g'(x), \quad x \in [c, d].$$

Finden Sie eine Stammfunktion der folgenden Funktionen:

(b)  $(x^2 - 2x + 2)^{2022}(2x - 2)$ ;

(c)  $-e^{1/x} \frac{1}{x^2}$ ;

(d)  $\frac{x}{\sqrt{1+x^2}}$ ;

(e)  $\frac{f'(x)}{f(x)}$ , mit  $f$  beliebig ;

(f)  $\tan x$ .