

Wahrscheinlichkeitstheorie und Statistik

Serie 7

Version 1 (10. April 2022)

Bitte stellt Fragen in den Übungen und/oder im [Forum](#) des Moodle-Kurs (und/oder (anonym) in diesem file https://docs.google.com/document/d/1CfTkwrN0hTKB8y8cVQW_deUahCeJtBqWlm_BzrHIFYA/edit?usp=sharing)

Wir empfehlen die Aufgaben selbständig zu lösen und dann im Fach der entsprechenden Übungsgruppe im Raum HG G 53 abzugeben oder selbst mit der [Lösung](#) zu vergleichen am besten rechtzeitig vor der Übung am **11. April**.

Aufgabe 7.1 k Jäger schiessen gleichzeitig je einmal auf einen Schwarm aus m Enten. Sie suchen sich unabhängig voneinander die Ente aus, auf die sie zielen, und treffen diese unabhängig voneinander und unabhängig von der Wahl der Ente mit Wahrscheinlichkeit $p \in [0, 1]$.

Führen Sie für jede Ente $n \leq m$ eine Zufallsvariable X_n ein, die angibt, ob die Ente getroffen wurde oder nicht. D.h. es soll gelten $\{X_n = 1\} = \{n\text{-te Ente nicht getroffen}\}$ und $\{X_n = 0\} = \{n\text{-te Ente getroffen}\}$.

- (a) Welche Verteilung hat X_n für $n = 1, \dots, m$?
- (b) Wie gross ist die erwartete Anzahl unverletzter Enten?
- (c) Sind die Ereignisse $\{X_n = 0\}$, $n = 1, \dots, m$ unabhängig? Untersuchen Sie nur den Fall $k < m$.

Aufgabe 7.2 In einer Urne sind N weisse und M schwarze Kugeln. Es werden $n \leq N + M$ Kugeln ohne Zurücklegen gezogen. Sei X die Anzahl gezogener weisser Kugeln.

- (a) Bestimmen Sie die Verteilung von X .
- (b) Berechnen Sie den Erwartungswert von X .

Hinweis: Benützen Sie die Linearität des Erwartungswertes.

Aufgabe 7.3 Gegeben seien zwei Zufallsvariablen X und Y , welche nur die Werte 0 und 1 annehmen können. Für die Verteilung von (X, Y) sollen folgende Bedingungen gelten:

$$P[X = 0] = 1/2, \quad P[Y = 0] = 1/3 \quad \text{und} \quad P[X = 0, Y = 0] = p.$$

- (a) Welche Werte darf p annehmen und für welche Werte von p sind X und Y unabhängig?
- (b) Bestimmen Sie die Erwartungswerte $\mathbb{E}[X]$, $\mathbb{E}[Y]$ und $\mathbb{E}[XY]$ sowie die Varianzen σ_X^2 und σ_Y^2 als Funktion von p . Wann gilt $\mathbb{E}[XY] = \mathbb{E}[X]\mathbb{E}[Y]$?
- (c) Finden Sie ein Beispiel von Zufallsvariablen U und V so, dass $\mathbb{E}[UV] = \mathbb{E}[U]\mathbb{E}[V]$ aber mit U und V nicht unabhängig.

Wenn du Feedback zum Übungszettel hast, schreibe bitte eine Mail an [Jakob Heiss](#).