

# Wahrscheinlichkeitstheorie und Statistik

## Serie 7

Version 1 (10. April 2022)

Bitte stellt Fragen in den Übungen und/oder im [Forum](#) des Moodle-Kurs (und/oder (anonym) in diesem file [https://docs.google.com/document/d/1CfTkwrN0hTKB8y8cVQW\\_deUahCeJTbQWlm\\_BzrHIFYA/edit?usp=sharing](https://docs.google.com/document/d/1CfTkwrN0hTKB8y8cVQW_deUahCeJTbQWlm_BzrHIFYA/edit?usp=sharing))

Wir empfehlen die Aufgaben selbständig zu lösen und dann im Fach der entsprechenden Übungsgruppe im Raum HG G 53 abzugeben oder selbst mit der [Lösung](#) zu vergleichen am besten rechtzeitig vor der Übung am **11. April**.

**Aufgabe 7.1**  $k$  Jäger schiessen gleichzeitig je einmal auf einen Schwarm aus  $m$  Enten. Sie suchen sich unabhängig voneinander die Ente aus, auf die sie zielen, und treffen diese unabhängig voneinander und unabhängig von der Wahl der Ente mit Wahrscheinlichkeit  $p \in [0, 1]$ .

Führen Sie für jede Ente  $n \leq m$  eine Zufallsvariable  $X_n$  ein, die angibt, ob die Ente getroffen wurde oder nicht. D.h. es soll gelten  $\{X_n = 1\} = \{n\text{-te Ente nicht getroffen}\}$  und  $\{X_n = 0\} = \{n\text{-te Ente getroffen}\}$ .

- (a) Welche Verteilung hat  $X_n$  für  $n = 1, \dots, m$ ?
- (b) Wie gross ist die erwartete Anzahl unverletzter Enten?
- (c) Sind die Ereignisse  $\{X_n = 0\}$ ,  $n = 1, \dots, m$  unabhängig? Untersuchen Sie nur den Fall  $k < m$ .

**Aufgabe 7.2** In einer Urne sind  $N$  weisse und  $M$  schwarze Kugeln. Es werden  $n \leq N + M$  Kugeln ohne Zurücklegen gezogen. Sei  $X$  die Anzahl gezogener weisser Kugeln.

- (a) Bestimmen Sie die Verteilung von  $X$ .
- (b) Berechnen Sie den Erwartungswert von  $X$ .

**Hinweis:** Benützen Sie die Linearität des Erwartungswertes.

**Aufgabe 7.3** Gegeben seien zwei Zufallsvariablen  $X$  und  $Y$ , welche nur die Werte 0 und 1 annehmen können. Für die Verteilung von  $(X, Y)$  sollen folgende Bedingungen gelten:

$$P[X = 0] = 1/2, \quad P[Y = 0] = 1/3 \quad \text{und} \quad P[X = 0, Y = 0] = p.$$

- (a) Welche Werte darf  $p$  annehmen und für welche Werte von  $p$  sind  $X$  und  $Y$  unabhängig?
- (b) Bestimmen Sie die Erwartungswerte  $\mathbb{E}[X]$ ,  $\mathbb{E}[Y]$  und  $\mathbb{E}[XY]$  sowie die Varianzen  $\sigma_X^2$  und  $\sigma_Y^2$  als Funktion von  $p$ . Wann gilt  $\mathbb{E}[XY] = \mathbb{E}[X]\mathbb{E}[Y]$ ?
- (c) Finden Sie ein Beispiel von Zufallsvariablen  $U$  und  $V$  so, dass  $\mathbb{E}[UV] = \mathbb{E}[U]\mathbb{E}[V]$  aber mit  $U$  und  $V$  nicht unabhängig.

Wenn du Feedback zum Übungszettel hast, schreibe bitte eine Mail an [Jakob Heiss](#).