

Wahrscheinlichkeit & Statistik

Quiz 10

**Onlineabgabe vor Beginn der Übungsstunde:
Montag (09.05.2022) um 16:15 Uhr oder Dienstag (10.05.2022), um 14:15 Uhr**

Dieser Quiz beschäftigt sich mit der Maximum-Likelihood-Methode und wendet diese für die geometrische Verteilung und die Exponentialverteilung an.

Weitere Informationen und Instruktionen zur Abgabe unter
<https://metaphor.ethz.ch/x/2022/fs/401-0614-00L/>

1. Sei $\Theta = [0, 1]$. Wir betrachten die Modellfamilie $(\mathbb{P}_\theta)_{\theta \in \Theta}$, wobei X_1, \dots, X_n unter \mathbb{P}_θ unabhängig, identisch verteilt sind mit $X_1 \sim \text{Geom}(\theta)$. Was ist die Likelihood-Funktion $L(x_1, \dots, x_n; \theta)$ für $x_1, \dots, x_n \in \{1, 2, \dots\}$?

- (a) $(1 - \theta)^{x_1 + \dots + x_n}$
- (b) $\theta^n \cdot (1 - \theta)^{x_1 + \dots + x_n}$
- (c) $\theta^n \cdot (1 - \theta)^{x_1 + \dots + x_n - n}$
- (d) $(1 - \theta)^{x_1 + \dots + x_n - n}$

2. Weiterhin sei $\Theta = [0, 1]$ und X_1, \dots, X_n seien unter \mathbb{P}_θ unabhängig, identisch verteilt mit $X_1 \sim \text{Geom}(\theta)$. Was ist die log-Likelihood-Funktion?

- (a) $n \cdot \log(\theta) + (x_1 + \dots + x_n - n) \cdot \log(1 - \theta)$
- (b) $(x_1 + \dots + x_n - n) \cdot \log(1 - \theta)$
- (c) $(x_1 + \dots + x_n) \cdot \log(1 - \theta)$
- (d) $n \cdot \log(\theta) + (x_1 + \dots + x_n) \cdot \log(1 - \theta)$

3. Weiterhin sei $\Theta = [0, 1]$ und X_1, \dots, X_n seien unter \mathbb{P}_θ unabhängig, identisch verteilt mit $X_1 \sim \text{Geom}(\theta)$. Was ist der Maximum-Likelihood-Schätzer T_{ML} für θ ?

- (a) $\frac{X_1 + \dots + X_n}{n}$
- (b) $\frac{n}{X_1 + \dots + X_n}$
- (c) $\frac{X_1 + \dots + X_n + n}{n}$
- (d) $\frac{n}{X_1 + \dots + X_n + n}$

4. Sei $\Theta = (0, \infty)$. Wir betrachten die Modellfamilie $(\mathbb{P}_\theta)_{\theta \in \Theta}$, wobei X_1, \dots, X_n unter \mathbb{P}_θ unabhängig, identisch verteilt sind mit $X_1 \sim \text{Exp}(\theta)$. Was ist die Likelihood-Funktion $L(x_1, \dots, x_n; \theta)$ für $x_1, \dots, x_n \geq 0$?

- (a) $e^{-\theta(x_1 + \dots + x_n)}$
- (b) $\theta \cdot e^{-\theta(x_1 + \dots + x_n)}$
- (c) $\theta^n \cdot e^{-\theta(x_1 + \dots + x_n)}$
- (d) $n\theta^n \cdot e^{-\theta(x_1 + \dots + x_n)}$

5. Weiterhin sei $\Theta = (0, \infty)$ und X_1, \dots, X_n seien unter \mathbb{P}_θ unabhängig, identisch verteilt mit $X_1 \sim \text{Exp}(\theta)$. Was ist die log-Likelihood-Funktion für $x_1, \dots, x_n \geq 0$?

- (a) $-\theta(x_1 + \dots + x_n)$
- (b) $\log(\theta) - \theta(x_1 + \dots + x_n)$
- (c) $\log(n) + n \cdot \log(\theta) - \theta(x_1 + \dots + x_n)$
- (d) $n \cdot \log(\theta) - \theta(x_1 + \dots + x_n)$

6. Weiterhin sei $\Theta = (0, \infty)$ und X_1, \dots, X_n seien unter \mathbb{P}_θ unabhängig, identisch verteilt mit $X_1 \sim \text{Exp}(\theta)$. Was ist der Maximum-Likelihood-Schätzer T_{ML} für θ ?

- (a) $\frac{n}{X_1 + \dots + X_n}$
- (b) $X_1 + \dots + X_n$
- (c) $\frac{X_1 + \dots + X_n}{n}$
- (d) $\frac{1}{X_1 + \dots + X_n}$