

Wahrscheinlichkeit & Statistik

Quiz 4

**Onlineabgabe vor Beginn der Übungsstunde:
Montag (21.03.2022) um 16:15 Uhr oder Dienstag (22.03.2022), um 14:15 Uhr**

Dieser Quiz beschäftigt sich mit diskreten und stetigen Zufallsvariablen, mit dem Zusammenhang zwischen Dichte und Verteilungsfunktion und mit Beispielen wichtiger Verteilungen.

Weitere Informationen und Instruktionen zur Abgabe unter
<https://metaphor.ethz.ch/x/2022/fs/401-0614-00L/>

1. Was gilt für eine stetige Zufallsvariable?

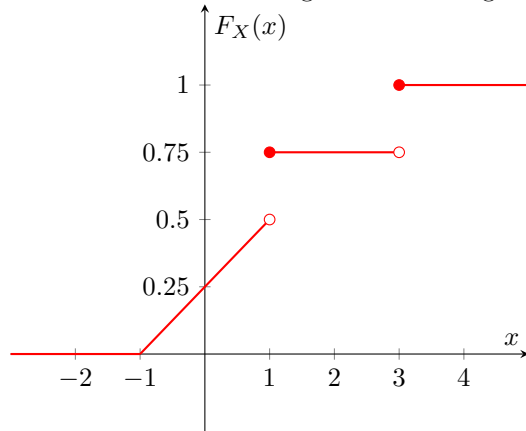
- (a) Die Verteilungsfunktion ist stetig.
- (b) Die Dichtefunktion ist stetig.
- (c) Weder noch.

2. Welche der folgenden Aussagen sind korrekt?

(Mehrere richtige Antworten möglich.)

- (a) Die kumulative Verteilungsfunktion kann bei stetigen Verteilungen auch einmal (strikt) grösser als 1 sein.
- (b) Die Dichtefunktion kann bei stetigen Verteilungen auch einmal (strikt) grösser als 1 sein.

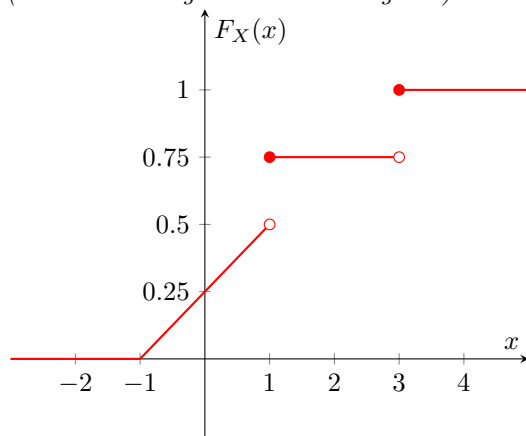
3. Wir betrachten die folgende Verteilungsfunktion F_X . Welche Aussage ist korrekt?



- (a) Die Zufallsvariable X ist stetig.
- (b) Die Zufallsvariable X ist diskret.
- (c) Die Zufallsvariable X ist weder stetig noch diskret

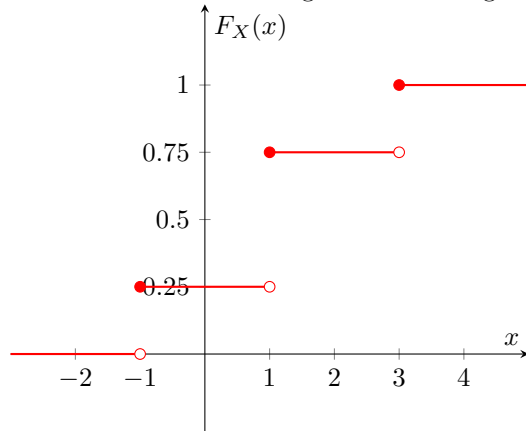
4. Wir betrachten die folgende Verteilungsfunktion F_X . Welche der folgenden Aussagen sind korrekt?

(Mehrere richtige Antworten möglich.)



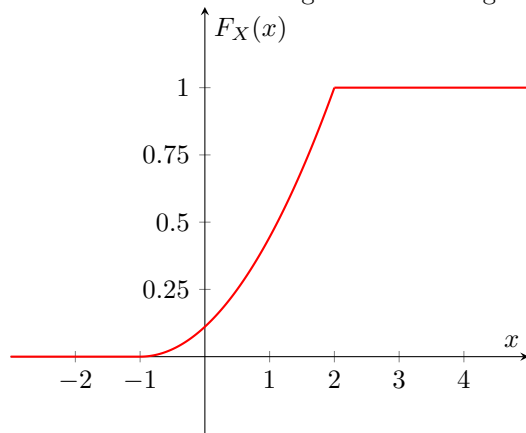
- (a) $\mathbb{P}[X = 0] = 1/4$
- (b) $\mathbb{P}[X = 3] = 1/4$
- (c) $\mathbb{P}[X = 0] = 0$
- (d) $\mathbb{P}[X = 3] = 0$
- (e) $\mathbb{P}[0 \leq X \leq 1] = 1/4$
- (f) $\mathbb{P}[0 \leq X \leq 1] = 1/2$

5. Wir betrachten die folgende Verteilungsfunktion F_X . Welche Aussage ist korrekt?



- (a) Die Zufallsvariable X ist stetig.
- (b) Die Zufallsvariable X ist diskret.
- (c) Die Zufallsvariable X ist weder stetig noch diskret

6. Wir betrachten die folgende Verteilungsfunktion F_X . Welche Aussage ist korrekt?



- (a) Die Zufallsvariable X ist stetig.
- (b) Die Zufallsvariable X ist diskret.
- (c) Die Zufallsvariable X ist weder stetig noch diskret

7. Sei X eine diskrete Zufallsvariable. Ist die Zufallsvariable $Y := \sqrt{2} \cdot X$ diskret?

- (a) Ja.
- (b) Nein.

8. Sei X eine stetige Zufallsvariable. Ist die Zufallsvariable $Y := 10 \cdot X$ stetig?

- (a) Ja.
- (b) Nein.

9. Sei X eine beliebige Zufallsvariable. Ist $Y := \lfloor X \rfloor$ immer eine diskrete Zufallsvariable? (Zur Erinnerung: Für $x \in \mathbb{R}$ bezeichnet $\lfloor x \rfloor$ die grösste ganze Zahl kleiner oder gleich x , z.B. $\lfloor \pi \rfloor = 3$.)

- (a) Ja.
- (b) Nein.

10. Sei X die Anzahl der Einsen, die in 10 unabhängigen Würfeln mit einem fairen Würfel geworfen wird. Welche Verteilung kommt für X in Frage?

- (a) Bernoulli verteilt mit Parameter $p = 1/6$.
- (b) Geometrisch verteilt mit Parameter $p = 1/6$.
- (c) Binomialverteilt mit Parameter $n = 10$ und $p = 1/6$.
- (d) Poisson verteilt mit Parameter $\lambda = 5/3$.

11. Eine Firma erhält eine grosse Lieferung von 10 verschiedenen Materialien. Aus Erfahrung wissen wir, dass im Schnitt 5% der Materialien mangelhaft sind. Nehme an, dass die Materialien unabhängig voneinander sind. Dann gilt:

- (a) Die Wahrscheinlichkeit, dass genau zwei Materialien mangelhaft sind, ist

$$\binom{10}{2} 0.05^2 (1 - 0.05)^8.$$

- (b) Die Wahrscheinlichkeit, dass genau zwei Materialien mangelhaft sind, ist

$$\binom{10}{2} 0.05^2 (1 - 0.05)^8.$$

- (c) Die Wahrscheinlichkeit, dass höchstens zwei Materialien mangelhaft sind, ist

$$\binom{10}{2} 0.05^2 (1 - 0.05)^8.$$

12. Die stetige Zufallsvariable X hat die Verteilungsfunktion

$$F_X(x) = \frac{1}{1 + \exp(-x)}, \quad x \in \mathbb{R}.$$

Welche Aussagen sind korrekt?

(Mehrere richtige Antworten möglich.)

- (a) Es ist $\mathbb{P}(X = 0) = 0.5$
- (b) Für $x \geq 0$ gilt $\mathbb{P}(X > x) = \frac{\exp(-x)}{1 + \exp(-x)}$.
- (c) Die Dichte von X ist $\frac{-\exp(-x)}{(1 + \exp(-x))^2}$, $x \in \mathbb{R}$.

13. Sei Z eine $\mathcal{N}(0, 1)$ -verteilte Zufallsvariable. Wie gross ist $\mathbb{P}(Z = 0)$?

- (a) $1/2$
- (b) $\frac{1}{\sqrt{2}}e^{-1/2}$
- (c) 0

14. Betrachte eine kontinuierliche, uniforme Verteilung auf dem Intervall $[0, 2]$. Die Dichte dieser Verteilung nennen wir $f(x)$. Wie gross sind die Werte $f(0), f(1), f(2)$?

- (a) $f(0) = 0, f(1) = 0.5, f(2) = 1$
- (b) $f(0) = 0.5, f(1) = 0.5, f(2) = 0.5$
- (c) $f(0) = 1, f(1) = 1, f(2) = 1$

15. Es gilt $P[X > t + s \mid X > s] = P[X > t]$ für alle $t, s \geq 0$, falls

- (a) $X \sim \mathcal{U}([a, b])$,
- (b) $X \sim \text{Poisson}(\lambda)$,
- (c) $X \sim \text{Exp}(\lambda)$.

16. Die Dichte einer Zufallsvariablen X sei gegeben durch

$$f_X(x) = \begin{cases} c + x & \text{falls } -\frac{c}{2} \leq x \leq 0, \\ c - x & \text{falls } 0 \leq x \leq \frac{c}{2}, \\ 0 & \text{sonst.} \end{cases}$$

Bestimme die Konstante c .

- (a) $c = \frac{2}{\sqrt{3}}$
- (b) $c = \frac{1}{\sqrt{3}}$
- (c) $c = \frac{3}{\sqrt{2}}$