Prof. Vincent Tassion
Laurin Köhler-Schindler

Wahrscheinlichkeit & Statistik

Quiz 5

Onlineabgabe vor Beginn der Übungsstunde:
Montag (28.03.2022) um 16:15 Uhr oder Dienstag (29.03.2022), um 14:15 Uhr

Dieser Quiz beschäftigt sich mit der Definition des Erwartungswerts diskreter und stetiger Zufallsvariabeln und mit wichtigen Beispielen.

Weitere Informationen und Instruktionen zur Abgabe unter
https://metaphor.ethz.ch/x/2022/fs/401-0614-00L/

---

1. Sei X ist eine diskrete Zufallsvariable und Y ist eine stetige Zufallsvariable mit Dichte f_Y.Welche der folgenden unten aufgelisteten Kombinationen können niemals auftreten?
(Mehrere richtige Antworten möglich.)

(a) $\mathbb{P}(X = 3) = 0.3$; $f_Y(0.6) = 1.5$

(b) $\mathbb{P}(X = 3) = 1.3$; $f_Y(0.6) = 0.5$

(c) $\mathbb{P}(X = 3) = 0.3$; $f_Y(0.6) = 0.7$

2. Sei $X \sim \text{Poisson}(\lambda)$ mit $\lambda > 0$. Welche der folgenden Aussagen ist korrekt?

(a) $\mathbb{P}[X > 5] = 1 - \mathbb{P}[X < 5]$

(b) $\mathbb{P}[X \geq 1 | X \leq 1] = \lambda/(\lambda + 1)$

(c) $2X \sim \text{Poisson}[2\lambda]$

3. Seien X und Y zwei Zufallsvariablen. Unter welchen Bedingungen gilt $\mathrm{E}[X + Y] = \mathrm{E}[X] + \mathrm{E}[Y]$?

(a) Die Linearität des Erwartungswerts gilt für beliebige Zufallsvariablen.

(b) Die Linearität des Erwartungswerts gilt für beliebige Zufallsvariablen, solange $\mathrm{E}[X+Y]$, $\mathrm{E}[X]$ und $\mathrm{E}[Y]$ wohldefiniert sind.

(c) Die Linearität des Erwartungswerts gilt nur, wenn X und Y unabhängig sind.

4. Sei X eine Zufallsvariable, die fast sicher Werte in $\{0, 1, 2, \ldots\}$ annimmt. Welche der folgenden Ausdrücke sind korrekt?
(Mehrere richtige Antworten möglich.)

(a) $\mathrm{E}[X] = \sum_{k=0}^{\infty} \mathbb{P}[X = k]$

(b) $\mathrm{E}[X] = \sum_{k=0}^{\infty} k \cdot \mathbb{P}[X = k]$

(c) $\mathrm{E}[X] = \sum_{k=1}^{\infty} \mathbb{P}[X \geq k]$

(d) $\mathrm{E}[X] = \sum_{k=0}^{\infty} \mathbb{P}[X \geq k]$

5. Sei $p \in [0, 1]$ und sei X eine Ber(p)-verteilte Zufallsvariable. Was ist der Erwartungswert $\mathrm{E}[X]$?

(a) 0

(b) $1 - p$

(c) p

(d) 1

6. Sei $p \in [0, 1]$, sei X eine Ber(p)-verteilte Zufallsvariable und definiere $Y := X^3$. Was ist der Erwartungswert $\mathrm{E}[Y]$?

(a) $1 - p$

(b) $(1 - p)^3$

(c) p

(d) p^3

7. Sei $p \in [0, 1]$, sei X eine Ber(p)-verteilte Zufallsvariable und definiere $Z := (2X - 1)^2$. Was ist der Erwartungswert $\mathrm{E}[Z]$? *(Scherzfrage)*

(a) 1

(b) $2p - 1$

(c) $1 - 2p$

(d) 0

8. Sei $\lambda > 0$ und sei X eine Poisson(λ)-verteilte Zufallsvariable. Was ist der Erwartungswert $\mathrm{E}[X]$?

(a) 1

(b) $1/\lambda$

(c) λ

(d) λ^2

9. Sei $\lambda > 0$, sei X eine Poisson(λ)-verteilte Zufallsvariable und sei $Y := X^2$. Was ist der Erwartungswert $\mathrm{E}[Y]$?

(a) λ

(b) λ^2

(c) $1/\lambda^2$

(d) $\lambda(\lambda + 1)$

10. Sei $a > 1$ und sei U eine $\mathcal{U}([a, a^2])$-verteilte Zufallsvariable. Was ist der Erwartungswert $\mathrm{E}[U]$?

(a) $\frac{a(a+1)}{2}$

(b) $\frac{a^2}{2}$

(c) $a^2 + a$

(d) a

11. Sei $\lambda > 0$ und sei X eine Exp(λ)-verteilte Zufallsvariable. Was ist der Erwartungswert $\mathrm{E}[X]$?

(a) 1

(b) $1/\lambda$

(c) λ

(d) λ^2

12. Seien $\mu, \lambda > 0$. Seien $X \sim \mathrm{Exp}(\lambda)$ und $Y \sim \mathrm{Exp}(\mu)$. Was ist der Erwartungswert von $\mathrm{E}[\lambda X + \mu Y]$?

(a) $\lambda^2 + \mu^2$

(b) $\lambda + \mu$

(c) $1/\lambda + 1/\mu$

(d) 2

13. Sei $X \sim \mathcal{N}(0,1)$ und Y eine Zufallsvariable, sodass $X+Y \sim \mathcal{N}(1,6)$. Was ist der Erwartungswert $\mathrm{E}[Y]$?

(a) 2

(b) 1

(c) 0

(d) -1

14. Sei $X \sim \mathcal{N}(0,1)$ und sei $Y := 2 \cdot X^3$. Was ist der Erwartungswert $\mathrm{E}[Y]$.

(a) 2

(b) 1

(c) 0

(d) -1