

Wahrscheinlichkeit & Statistik

Quiz 6

**Onlineabgabe vor Beginn der Übungsstunde:
Montag (04.04.2022) um 16:15 Uhr oder Dienstag (05.04.2022), um 14:15 Uhr**

Dieser Quiz beschäftigt sich mit Rechenregeln für die Varianz, mit Beispielen wichtiger Verteilungen und mit der gemeinsamen Verteilung diskreter Zufallsvariablen.

Weitere Informationen und Instruktionen zur Abgabe unter
<https://metaphor.ethz.ch/x/2022/fs/401-0614-00L/>

1. Seien X, Y und Z drei Zufallsvariablen. Unter welchen Bedingungen gilt $\sigma_{X+Y+Z}^2 = \sigma_X^2 + \sigma_Y^2 + \sigma_Z^2$?
(Mehrere richtige Antworten möglich.)

- (a) Dies gilt für beliebige Zufallsvariablen.
- (b) Dies gilt, wenn X, Y und Z paarweise unabhängig sind.
- (c) Dies gilt, wenn X, Y und Z unabhängig sind.

2. Sei X eine Zufallsvariable mit $\mathbb{E}[X^2] < \infty$. Welche Aussage ist im Allgemeinen korrekt?

- (a) $\sigma_X^2 = \mathbb{E}[X^2] - \mathbb{E}[X]$
- (b) $\sigma_X^2 = \mathbb{E}[X^2] - \mathbb{E}[X]^2$
- (c) $\sigma_X^2 = \mathbb{E}[X^2]$

3. Seien X und Y diskrete Zufallsvariablen. Unter welcher Bedingung ist die gemeinsame Gewichtsfunktion/Verteilung $p = (p(x, y))_{x \in W_X, y \in W_Y}$ von X und Y eindeutig durch die Gewichtsfunktionen der Randverteilungen p_X und p_Y bestimmt?

- (a) Falls X und Y unabhängig sind.
- (b) Falls X und Y identisch verteilt sind (d.h. $p_X = p_Y$).
- (c) Falls X und Y Ber(p)-verteilt sind.

4. Es seien X und Y unabhängige und identisch verteilte Zufallsvariablen mit Varianz $\sigma^2 > 0$. Was ist die Varianz der Zufallsvariable $Z := X + X - Y$?

- (a) σ^2 .
- (b) $3\sigma^2$.
- (c) $5\sigma^2$.

5. Sei $p \in [0, 1]$, $n \geq 1$ und X eine $\text{Bin}(n, p)$ -verteilte Zufallsvariable. Was ist die Varianz σ_X^2 ?

- (a) $p(1 - p)$
- (b) np
- (c) $np(1 - p)$
- (d) $n^2p(1 - p)$

6. Sei $p \in [0, 1]$, sei X eine $\text{Ber}(p)$ -verteilte Zufallsvariable und definiere $Z := (2X - 1)^2$. Was ist die Varianz σ_Z^2 ? (Scherzfrage)

- (a) 1
- (b) $p(1 - p)$
- (c) p^2
- (d) 0

7. Sei $\lambda > 0$ und sei X eine $\text{Poisson}(\lambda)$ -verteilte Zufallsvariable. Was ist die Varianz σ_X^2 ?

- (a) 1
- (b) $1/\lambda$
- (c) λ
- (d) λ^2

8. Sei $a > 0$ und sei U eine $\mathcal{U}([a, 2a])$ -verteilte Zufallsvariable. Was ist die Varianz σ_U^2 ?

- (a) $\frac{a^2}{24}$
- (b) $\frac{a^2}{12}$
- (c) $\frac{a^2}{4}$
- (d) $\frac{a^2}{3}$

9. Sei $\lambda > 0$ und sei X eine $\text{Exp}(\lambda)$ -verteilte Zufallsvariable. Was ist die Varianz σ_X^2 ?

- (a) 1
- (b) $1/\lambda$
- (c) λ
- (d) $1/\lambda^2$

10. Seien X und Y zwei unabhängige Zufallsvariablen mit $X \sim \mathcal{N}(0, 1)$ und $X + Y \sim \mathcal{N}(1, 6)$. Was ist die Varianz σ_Y^2 ?

- (a) 35
- (b) 5
- (c) 1
- (d) 0

11. Wir betrachten zwei unabhängige Zufallsvariablen X und Y , die Werte in $\{-1, +1\}$ annehmen, und deren Gewichtsfunktionen/Verteilungen durch

$$p_X(-1) = p_X(1) = 1/2 \quad \text{und} \quad p_Y(-1) = p_Y(1) = 1/2$$

gegeben sind. Wir definieren die Zufallsvariable $Z = X \cdot Y$. Welche Aussagen sind korrekt?
(Mehrere richtige Antworten möglich.)

- (a) Die Zufallsvariablen X und Z sind unabhängig.
- (b) Die Zufallsvariablen Y und Z sind unabhängig.
- (c) Die Zufallsvariablen X , Y und Z sind unabhängig.