

Wahrscheinlichkeit & Statistik

Quiz 7

**Onlineabgabe vor Beginn der Übungsstunde:
Montag (11.04.2022) um 16:15 Uhr oder Dienstag (12.04.2022), um 14:15 Uhr**

Dieser Quiz beschäftigt sich mit der Kovarianz sowie mit gemeinsamen Verteilungen diskreter resp. stetiger Zufallsvariablen.

Weitere Informationen und Instruktionen zur Abgabe unter
<https://metaphor.ethz.ch/x/2022/fs/401-0614-00L/>

1. Seien X und Y zwei diskrete Zufallsvariablen mit Wertebereichen W_X und W_Y . Falls $\text{Cov}(X, Y) = 0$, dann gilt:

- (a) X und Y sind unabhängig.
- (b) $\mathbb{P}[X = x|Y = y] = \mathbb{P}[X = x]$ für alle $x \in W_X$ und $y \in W_Y$.
- (c) $\mathbb{E}[XY] = \mathbb{E}[X]\mathbb{E}[Y]$.

2. Wir betrachten die gemeinsame Verteilung von zwei diskreten Zufallsvariablen X und Y . Welche Aussagen sind korrekt?

(Mehrere richtige Antworten möglich.)

- (a) Aus der gemeinsamen Gewichtsfunktion kann man immer die einzelnen Gewichtsfunktionen von X und Y berechnen.
- (b) Aus den einzelnen Gewichtsfunktionen von X und Y kann man immer die gemeinsame Gewichtsfunktion berechnen.
- (c) Aus den Gewichtsfunktionen von X und Y und $\text{Cov}(X, Y)$ kann man immer die gemeinsame Gewichtsfunktion berechnen.

3. Seien X und Y zwei Zufallsvariablen mit gemeinsamer Dichte f . Welche Aussage ist korrekt?

- (a) $\mathbb{E}[XY] = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} xy \, dx \, dy$
- (b) $\mathbb{E}[XY] = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} xy f(x, y) \, dx \, dy$
- (c) $\mathbb{E}[XY] = \int_{-\infty}^{\infty} xy f(x, y) \, dx$

4. Seien X und Y zwei Zufallsvariablen mit gemeinsamer Dichte $f_{X,Y}$. Welche Aussage ist korrekt?

- (a) Die Zufallsvariablen X und Y sind immer stetig.
- (b) Die Zufallsvariablen X und Y sind nicht notwendigerweise stetig. Dies hängt von $f_{X,Y}$ ab.

5. Seien X und Y zwei stetige Zufallsvariablen mit Dichte f_X resp. f_Y . Welche Aussagen sind korrekt?

(Mehrere richtige Antworten möglich.)

- (a) Die Zufallsvariablen X und Y haben immer eine gemeinsame Dichte.
- (b) Die Zufallsvariablen X und Y haben nicht notwendigerweise eine gemeinsame Dichte.
- (c) Wenn X und Y unabhängig sind, dann haben die Zufallsvariablen X und Y eine gemeinsame Dichte.

6. Sei $R \subset \mathbb{R}^2$ ein Viereck mit Eckpunkten $a, b, c, d \in \mathbb{R}^2$ und Flächeninhalt $A > 0$. Seien X und Y zwei Zufallsvariablen mit gemeinsamer Dichte

$$f(x, y) = c \cdot \mathbb{1}_{(x,y) \in R}.$$

Was gilt für die Konstante c ?

- (a) $c = 1$.
- (b) $c = A$.
- (c) $c = A^{-1}$.

7. Sei

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{2}xy & \text{für } -1 \leq x \leq 0, \quad -2 \leq y \leq 0, \\ 0 & \text{sonst.} \end{cases}$$

Ist $f(x, y)$ eine gemeinsame Dichte von zwei stetigen Zufallsvariablen X und Y ?

- (a) Es kann keine Aussage gemacht werden.
- (b) Nein.
- (c) Ja.

8. Seien $(X_i)_{i=1}^n$ unabhängige, identisch verteilte Zufallsvariablen mit Verteilungsfunktion $F_{X_i} = F$. Was ist die Verteilungsfunktion der Zufallsvariable $M := \max(X_1, \dots, X_n)$?

- (a) $F_M(a) = F(a)^n$
- (b) $F_M(a) = 1 - F(a)^n$
- (c) $F_M(a) = (1 - F(a))^n$