

# Wahrscheinlichkeit & Statistik

## Quiz 7

**Onlineabgabe vor Beginn der Übungsstunde:  
Montag (11.04.2022) um 16:15 Uhr oder Dienstag (12.04.2022), um 14:15 Uhr**

Dieser Quiz beschäftigt sich mit der Kovarianz sowie mit gemeinsamen Verteilungen diskreter resp. stetiger Zufallsvariablen.

Weitere Informationen und Instruktionen zur Abgabe unter  
<https://metaphor.ethz.ch/x/2022/fs/401-0614-00L/>

---

**1.** Seien  $X$  und  $Y$  zwei diskrete Zufallsvariablen mit Wertebereichen  $W_X$  und  $W_Y$ . Falls  $\text{Cov}(X, Y) = 0$ , dann gilt:

- (a)  $X$  und  $Y$  sind unabhängig.
- (b)  $\mathbb{P}[X = x|Y = y] = \mathbb{P}[X = x]$  für alle  $x \in W_X$  und  $y \in W_Y$ .
- (c)  $\mathbb{E}[XY] = \mathbb{E}[X]\mathbb{E}[Y]$ .

**2.** Wir betrachten die gemeinsame Verteilung von zwei diskreten Zufallsvariablen  $X$  und  $Y$ . Welche Aussagen sind korrekt?

*(Mehrere richtige Antworten möglich.)*

- (a) Aus der gemeinsamen Gewichtsfunktion kann man immer die einzelnen Gewichtsfunktionen von  $X$  und  $Y$  berechnen.
- (b) Aus den einzelnen Gewichtsfunktionen von  $X$  und  $Y$  kann man immer die gemeinsame Gewichtsfunktion berechnen.
- (c) Aus den Gewichtsfunktionen von  $X$  und  $Y$  und  $\text{Cov}(X, Y)$  kann man immer die gemeinsame Gewichtsfunktion berechnen.

**3.** Seien  $X$  und  $Y$  zwei Zufallsvariablen mit gemeinsamer Dichte  $f$ . Welche Aussage ist korrekt?

- (a)  $\mathbb{E}[XY] = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} xy \, dx \, dy$
- (b)  $\mathbb{E}[XY] = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} xy f(x, y) \, dx \, dy$
- (c)  $\mathbb{E}[XY] = \int_{-\infty}^{\infty} xy f(x, y) \, dx$

4. Seien  $X$  und  $Y$  zwei Zufallsvariablen mit gemeinsamer Dichte  $f_{X,Y}$ . Welche Aussage ist korrekt?

- (a) Die Zufallsvariablen  $X$  und  $Y$  sind immer stetig.
- (b) Die Zufallsvariablen  $X$  und  $Y$  sind nicht notwendigerweise stetig. Dies hängt von  $f_{X,Y}$  ab.

5. Seien  $X$  und  $Y$  zwei stetige Zufallsvariablen mit Dichte  $f_X$  resp.  $f_Y$ . Welche Aussagen sind korrekt?

(Mehrere richtige Antworten möglich.)

- (a) Die Zufallsvariablen  $X$  und  $Y$  haben immer eine gemeinsame Dichte.
- (b) Die Zufallsvariablen  $X$  und  $Y$  haben nicht notwendigerweise eine gemeinsame Dichte.
- (c) Wenn  $X$  und  $Y$  unabhängig sind, dann haben die Zufallsvariablen  $X$  und  $Y$  eine gemeinsame Dichte.

6. Sei  $R \subset \mathbb{R}^2$  ein Viereck mit Eckpunkten  $a, b, c, d \in \mathbb{R}^2$  und Flächeninhalt  $A > 0$ . Seien  $X$  und  $Y$  zwei Zufallsvariablen mit gemeinsamer Dichte

$$f(x, y) = c \cdot \mathbb{1}_{(x,y) \in R}.$$

Was gilt für die Konstante  $c$ ?

- (a)  $c = 1$ .
- (b)  $c = A$ .
- (c)  $c = A^{-1}$ .

7. Sei

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{2}xy & \text{für } -1 \leq x \leq 0, \quad -2 \leq y \leq 0, \\ 0 & \text{sonst.} \end{cases}$$

Ist  $f(x, y)$  eine gemeinsame Dichte von zwei stetigen Zufallsvariablen  $X$  und  $Y$ ?

- (a) Es kann keine Aussage gemacht werden.
- (b) Nein.
- (c) Ja.

8. Seien  $(X_i)_{i=1}^n$  unabhängige, identisch verteilte Zufallsvariablen mit Verteilungsfunktion  $F_{X_i} = F$ . Was ist die Verteilungsfunktion der Zufallsvariable  $M := \max(X_1, \dots, X_n)$ ?

- (a)  $F_M(a) = F(a)^n$
- (b)  $F_M(a) = 1 - F(a)^n$
- (c)  $F_M(a) = (1 - F(a))^n$