

16. Zeige, dass die Menge $\mathcal{P}(\omega)$ überabzählbar ist.

17. Zeige, dass \mathbb{R}^+ überabzählbar ist.

Hinweis: Für $x \subseteq \omega$ sei

$$\beta_x := \bigcup \left\{ \alpha_{p_k} : k \in \omega \wedge p_k = 1 + \sum_{n \in (k \cap x)} \frac{1}{3^n} \right\}.$$

18. Konstruiere eine überabzählbare Menge $X \subseteq \mathcal{P}(\mathbb{Q})$, sodass gilt:

$$(X, \subseteq) \models \text{DLO}$$

Bemerkung: Obwohl \mathbb{Q} abzählbar ist, besitzt $\mathcal{P}(\mathbb{Q})$ überabzählbare Ketten von grösser werdenden Mengen.

19. (a) Konstruiere eine Funktion $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ die nirgends stetig ist.

(b) Konstruiere eine Funktion $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ die auf $\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$ stetig und auf \mathbb{Q} unstetig ist.

ϵ . Zeige, dass es keine Funktion $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ gibt die auf \mathbb{Q} stetig und auf $\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$ unstetig ist.