

Single Choice Aufgaben 15

MINIMALPOLYNOM

Sie haben 15 Minuten Zeit, um die 5 untenstehenden Aufgaben zu lösen. Es ist jeweils genau eine Antwort richtig.

Hinweis: Sie dürfen verwenden, dass die Eigenwerte einer Matrix genau die Nullstellen des Minimalpolynoms sind.

1. Was ist die genaue Bedeutung von „Ohne Beschränkung der Allgemeinheit“?
 - (a) Die zusätzliche Bedingung ist sowieso immer erfüllt.
 - (b) Es macht keinen Unterschied, ob man das zusätzlich voraussetzt oder nicht.
 - (c) Durch eine direkte Transformation kann man sich auf diesen Fall reduzieren.
 - (d) Man behandelt nur einen einfachen Fall, der allgemeine Fall wird den Lesern überlassen.

2. Das Minimalpolynom der Matrix $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 4 & 3 \end{pmatrix}$ ist gleich

- (a) $(X - 1)(X - 3)^2$
- (b) $(X - 1)(X - 3)$
- (c) $X^3 - 9$
- (d) $X^2 - 3$

3. Sei A eine $n \times n$ -Diagonalmatrix, die genau k verschiedene Werte auf der Diagonalen besitzt. Dann ist der Grad des Minimalpolynoms von A gleich
 - (a) n
 - (b) k
 - (c) 1
 - (d) Das kann man nicht wissen.
4. Welche der folgenden Aussagen ist im Allgemeinen falsch für eine $n \times n$ -Matrix A mit dem Minimalpolynom φ ?
 - (a) φ ist ein normiertes Polynom vom kleinstmöglichen Grad mit $\varphi(A) = 0$.
 - (b) Ist A keine Diagonalmatrix, so hat φ mindestens Grad 2.
 - (c) Besitzt A einen Eigenwert von mehrfacher algebraischer Multiplizität, so ist φ nicht das charakteristische Polynom.
 - (d) Besitzt A genau n verschiedene Eigenwerte, so ist φ das charakteristische Polynom.
5. Sei A eine quadratische Matrix mit charakteristischem Polynom $X^2 - X - 1$. Dann gilt:
 - (a) A ist nicht invertierbar.
 - (b) $A^{-1} = A + I$.
 - (c) $A^{-1} = A - I$.
 - (d) Die gegebenen Informationen reichen nicht aus.