

Single Choice Aufgaben 25

MULTILINEARE ABBILDUNGEN, TENSORPRODUKT

Sie haben 15 Minuten Zeit, um die 5 untenstehenden Aufgaben zu lösen. Es ist jeweils genau eine Antwort richtig.

1. Seien V_1, V_2, V_3, W euklidische Vektorräume und seien $f_i: V_i \rightarrow W$ für $1 \leq i \leq 3$ lineare Abbildungen. Welche der folgenden Abbildungen $V_1 \times V_2 \times V_3 \rightarrow W$ ist multilinear?

- (a) $(v_1, v_2, v_3) \mapsto f_1(v_1) + f_2(v_2) + f_3(v_3)$
- (b) $(v_1, v_2, v_3) \mapsto \langle f_1(v_1), f_2(v_2) \rangle \cdot f_3(v_3)$
- (c) $(v_1, v_2, v_3) \mapsto f_1(v_1)$
- (d) $(v_1, v_2, v_3) \mapsto \langle f_1(v_1), f_2(v_2) \rangle \cdot \langle f_1(v_1), f_3(v_3) \rangle \cdot w$, für ein fixiertes $w \in W$.

2. Welche reelle Matrix repräsentiert eine alternierende Bilinearform?

- (a) $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$
- (b) $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$
- (c) $\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$
- (d) $\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$

3. Für jede Linearform $\varphi: V \rightarrow K$ ist die Abbildung

$$V^r \rightarrow K, (v_1, \dots, v_r) \mapsto \prod_{i=1}^r \varphi(v_i)$$

- (a) eine symmetrische Multilinearform.
- (b) eine alternierende Multilinearform.
- (c) eine Multilinearform, die weder symmetrisch noch alternierend ist.
- (d) keine Multilinearform.

4. Welche der folgenden Aussagen ist eine korrekte universelle Eigenschaft für eine Basis S eines K -Vektorraumes V ?

- (a) Für jeden K -Vektorraum W besitzt jede Abbildung $S \rightarrow W$ eine eindeutige Fortsetzung zu einer linearen Abbildung $V \rightarrow W$.
- (b) Für jeden K -Vektorraum W faktorisiert jede lineare Abbildung $W \rightarrow V$ durch eine eindeutige Abbildung $W \rightarrow S$.
- (c) Für jede Teilmenge $T \subset V$ kann jedes Element von S eindeutig als Linearkombination von Elementen von T ausgedrückt werden.
- (d) Für jeden K -Vektorraum W existiert genau eine lineare Abbildung $V \rightarrow W$, so dass das Bild von S linear unabhängig ist.

5. Seien V und W zwei K -Vektorräume. Welche Aussage ist im Allgemeinen falsch?

- (a) Falls V und W endlichdimensional sind, so ist $V \otimes_K W$ endlichdimensional.
- (b) Falls $V \otimes_K W$ endlichdimensional ist, so sind V und W endlichdimensional.
- (c) Falls V und W nicht der Nullraum sind, so ist $V \otimes_K W$ nicht der Nullraum.
- (d) Falls $V \otimes_K W$ nicht der Nullraum ist, so sind V und W nicht der Nullraum.