Single Choice Aufgaben 27

Tensor-, symmetrische, und äussere Potenzen

Sie haben 15 Minuten Zeit, um die 5 untenstehenden Aufgaben zu lösen.
Es ist jeweils genau eine Antwort richtig.

1. Welcher der folgenden Tensoren in $\mathbb{R}^2 \otimes_{\mathbb{R}} \mathbb{R}^2$ ist nicht gleich den anderen?

   (a) $\binom{2}{-1} \otimes \binom{4}{2}$

   (b) $\binom{0}{-1} \otimes \binom{4}{0} + \binom{2}{0} \otimes \binom{0}{2}$

   (c) $\binom{4}{-2} \otimes \binom{2}{1}$

   (d) $\binom{2}{-1} \otimes \binom{4}{0} + \binom{4}{-2} \otimes \binom{0}{1}$

2. Welche der folgenden Elemente in $\Lambda^2\mathbb{R}^2$ ist nicht gleich den anderen?

   (a) $\binom{2}{-1} \wedge \binom{4}{-2}$

   (b) $\binom{0}{-2} \wedge \binom{3}{0} + \binom{1}{0} \wedge \binom{0}{6}$

   (c) $\binom{2}{1} \wedge \binom{4}{0} + \binom{4}{-2} \wedge \binom{0}{1}$

   (d) 0

3. Es sei V ein K-Vektorraum. Wann gibt es $v, w \in V$ mit $v \wedge w \neq w \wedge v$?

   (a) Nie.

   (b) Falls $1 + 1 = 0$ ist in K.

   (c) Falls $\dim_K(V) \leqslant 1$ ist.

   (d) Falls $1 + 1 \neq 0$ ist in K und $\dim_K(V) > 1$.

4. Es sei V ein K-Vektorraum. Welche der folgenden Aussagen ist nicht äquivalent zu den anderen?

   (a) $\dim_K(V)$ ist endlich.

   (b) $\dim_K(V^\vee)$ ist endlich.

   (c) $\dim_K(\Lambda V)$ ist endlich.

   (d) $\dim_K(SV)$ ist endlich.

5. Sei f ein Endomorphismus eines K-Vektorraums V. Welche Aussage ist im Allgemeinen nicht äquivalent zu den anderen?

   (a) $f\colon V \to V$ ist ein Isomorphismus.

   (b) $f^{\otimes 2}\colon V^{\otimes 2} \to V^{\otimes 2}$ ist ein Isomorphismus.

   (c) $S^2 f\colon S^2V \to S^2V$ ist ein Isomorphismus.

   (d) $\Lambda^2 f\colon \Lambda^2V \to \Lambda^2V$ ist ein Isomorphismus.