

Serie 17

ENDLICHE KÖRPER

- 95.** (a) Zeige: Ist K ein endlicher Körper mit $|K| = p^n$ (für $n \geq 1$ und p prim), so ist K der Zerfällungskörper von $X^{p^n} - X$ über \mathbb{F}_p .
- (b) Zeige: Sind K und K' endliche Körper mit $|K| = |K'|$, so sind K und K' isomorph.
- 96.** Bestimme die Anzahl der irreduziblen Polynome $f \in \mathbb{F}_3[X]$ vom Grad 6.
- 97.** Das Polynom $f = X^3 + X + 1$ ist irreduzibel über \mathbb{F}_7 .
Berechne $(X^2 + 2)^{-1}$ im Körper $\mathbb{F}_7[X]/(f)$.
- 98.** Sei \mathbb{F}_q ein Körper der Ordnung $q = p^n$ für $n \geq 1$ und p prim, und seien $a, b \in \mathbb{F}_q$.
Zeige, dass in \mathbb{F}_q folgendes gilt:
- (a) $(a + b)^p = a^p + b^p$.
- (b) $a^p = a \iff a \in \mathbb{F}_p$.