D-MATH Algebra II FS 2022
PD Dr. Lorenz Halbeisen

Serie 20

Galoisgruppen

---

108. Sei K ein Körper mit $\mathrm{char}(K) = p$ für eine Primzahl p.

Zeige: Ein irreduzibles Polynom $f \in K[X]$ ist genau dann inseparabel über K, wenn gilt $f = \sum_{i=0}^{n} a_i X^{ip}$.

109. Sei $L : K$ eine algebraische Körpererweiterung und sei $A \subseteq L$ mit $L = K(A)$.

Formalisiere und beweise folgende Aussage: *Jedes Element der Galoisgruppe von $L : K$ ist durch die Bilder von A vollständig bestimmt.*

110. Berechne die Galoisgruppen folgender Körpererweiterungen.

(a) $\mathbb{Q}(\sqrt{2}) : \mathbb{Q}$

(b) $\mathbb{Q}(\sqrt[3]{2}) : \mathbb{Q}$

(c) $\mathbb{Q}(\sqrt[4]{2}) : \mathbb{Q}$

111. Sei L_f der Zerfällungskörper von $f \in K[X]$.

Zeige: Ist $\deg(f) = n$, so gilt $|\operatorname{Gal}(f)| \mid n!$.