

Ein einfaches Beispiel: Sei $L = K(\alpha)$ mit $[K(\alpha):K] = 2$.

Dann ist $\{1, \alpha\}$ eine Basis des Vektorraums $K(\alpha)$ über K .

Somit ist $p + q \cdot \alpha = \alpha^2$ mit $p, q \in K$, woraus $\alpha^2 - q\alpha - p = 0$

folgt, und wir erhalten $\alpha_{1,2} = \frac{q \pm \sqrt{q^2 + 4p}}{2}$. Für $a := q^2 + 4p \in K$

ist $L = K(\alpha)$ somit der Zerfällungskörper von $X^2 - a$. Damit

gilt $|\text{Gal}(L:K)| = [L:K] = 2$, d.h. $G := \text{Gal}(L:K) \cong C_2$ und

für $H \leq G$ gilt $H = \{e\}$ oder $H = G$. Somit hat $L:K$ keine

nicht-triviale Zwischenkörper.