Serie 7

In dieser Serie wird der Fraïssé-Limes behandelt. Aufgabe 1 zeigt, dass die Bedingung in Lemma 4.27(2) nicht immer automatisch wahr ist. Aufgabe 2 illustriert den Fraïssé-Limes am Zufallsgraphen. Satz 4.22 besagt, dass je zwei abzählbare $\mathcal{K}$-saturierte L-Strukturen isomorph sind. In Aufgabe 3 wird gezeigt, dass sie in allgemeiner Kardinalität immer noch zumindest partiell isomorph sind.

Diese Serie ist die letzte Serie und wird nicht mehr in einer Übungsstunde besprochen, aber falls gewünscht können dennoch Lösungen zur Korrektur abgegeben werden (direkt per email an `raphael.appenzeller@math.ethz.ch`).

Aufgabe 1

Finden Sie ein Modell $\mathfrak{A}$ von T_{Group}, endliche Unterstrukturen $\mathfrak{B}_1, \mathfrak{B}_2$ und einen Isomorphismus $f\colon \mathfrak{B}_1 \cong \mathfrak{B}_2$, der keine elementare Abbildung (im Sinne von Definition 4.9) ist. Zeigen Sie, dass f immer eine elementare Abbildung ist, falls $\mathfrak{A} = \mathfrak{B}_1$.

Aufgabe 2

Sei $\mathcal{K}$ die Klasse aller endlichen Graphen. Zeigen Sie, dass $\mathcal{K}$ ein Fraïssé-Limes hat. Zeigen Sie, dass der Fraïssé-Limes der abzählbare Zufallsgraph ist. Verwenden Sie dieses Resultat um zu zeigen, dass die Theorie T_{RG} der Zufallsgraphen Quantorenelimination hat.

Aufgabe 3

Zeigen Sie, dass zwei $\mathcal{K}$-saturierte L-Strukturen (beliebiger Kardinalität) partiell isomorph sind.
Hinweis: Für die Definition von partiell isomorph siehe Serie 2, Aufgabe 4.