Def 3.22: Eine Primstruktur für eine Theorie T ist eine L-Struktur, die in jedes Modell von T einbettet.

z.B.: $\mathbb{F}_p$ für ACF_p
$\mathbb{Q}$ für ACF_0

Lem 3.23: Sei T eine konsistente Theorie mit Quantorenelimination. Besitzt T eine Primstruktur, so ist T vollständig.

Bew.: M prim für T

φ L-Formel $\Rightarrow$ in Modellen von T ist φ äquiv. zu q.f. Formel $\Rightarrow$

φ gilt in $N \models T$ gdw φ gilt in $M \subseteq N$ (Lem 3.5)

$\Rightarrow T \equiv Th(M)$. $\square$

§3.4 Quantorenelimination - Beispiele und Anwendungen

Satz 3.24: DLO hat Quantorenelimination.

Satz 3.25: (Tarski): Die Theorie ACF hat Quantorenelimination.

Kor. 3.26: Sind K_1, K_2 algebraisch abgeschlossene Körper und $K_1 \subseteq K_2$, dann gilt $K_1 \prec K_2$.

Kor. 3.28 (Hilbertscher Nullstellensatz): Sei K ein Körper. Dann hat jedes echte Ideal $I \subsetneq K[X_1, \ldots, X_n]$ eine Nullstelle im algebraischen Abschluss $\operatorname{acl}(K)$.
D.h. es gibt $a_1, \ldots, a_n \in \operatorname{acl}(K)$, sodass $f(a_1, \ldots, a_n) = 0$ für alle $f \in I$.