

Definition 1.3.9

Ein Körper ist ein Tupel $(K, +, \cdot, 0, 1)$

bestehend aus einer Menge K mit zwei Abbildungen

$$+ : K \times K \rightarrow K; (x, y) \mapsto x + y$$

$$\cdot : K \times K \rightarrow K; (x, y) \mapsto x \cdot y$$

und ausgezeichneten Elementen $0, 1 \in K$, so dass die Körperaxiome gelten:

$$(K1) \quad \forall x, y, z \in K : x + (y + z) = (x + y) + z \quad (\text{Assoziativität der Addition})$$

$$(K2) \quad \forall x, y \in K : x + y = y + x \quad (\text{Kommutativität der Addition})$$

$$(K3) \quad \forall x \in K : 0 + x = x \quad (\text{Neutrales Element der Addition})$$

$$(K4) \quad \forall x \in K \exists x' \in K : x + x' = 0 \quad (\text{Inverses Element der Addition})$$

$$(K5) \quad \forall x, y, z \in K : x \cdot (y \cdot z) = (x \cdot y) \cdot z \quad (\text{Assoziativität der Multiplikation})$$

$$(K6) \quad \forall x \in K : 1 \cdot x = x \quad (\text{Neutrales Element der Multiplikation})$$

$$(K7) \quad \forall x \in K \setminus \{0\} \exists x' \in K : x' \cdot x = 1 \quad (\text{Inverses Element der Multiplikation})$$

$$(K8) \quad \forall x, y, z \in K : x \cdot (y + z) = x \cdot y + x \cdot z \text{ und}$$

$$\forall x, y, z \in K : (y + z) \cdot x = y \cdot x + z \cdot x \quad (\text{Distributivität})$$

$$(K9) \quad 1 \neq 0 \quad (\text{Nichttrivialität})$$

$$(K10) \quad \forall x, y \in K : x \cdot y = y \cdot x \quad (\text{Kommutativität der Multiplikation})$$