

# Single Choice Aufgaben 10

## KÖRPERERWEITERUNGEN, MINIMALPOLYNOM, TRANSZENDENZ

Sie haben 15 Minuten Zeit, um die 5 untenstehenden Aufgaben zu lösen. Es ist jeweils genau eine Antwort richtig.

1. Seien  $a, b$  algebraisch über  $K$ , so dass  $[K(a)/K] = 2$  und  $[K(b)/K] = 3$  ist. Dann sind die Möglichkeiten für den Grad von  $K(a, b)$  über  $K$ 
  - (a)  $[K(a, b)/K] = 6$
  - (b)  $[K(a, b)/K] = 5$
  - (c)  $[K(a, b)/K] = 2$  oder  $[K(a, b)/K] = 3$
  - (d)  $[K(a, b)/K] = 1$  oder  $[K(a, b)/K] = 2$  oder  $[K(a, b)/K] = 3$
2. Für jeden Körperturm  $M/L/K$  und jedes Element  $a \in M$  gilt für die Minimalpolynome  $m_{a,K}$  bzw.  $m_{a,L}$  von  $a$  über  $K$  bzw.  $L$ 
  - (a)  $m_{a,L}$  teilt  $m_{a,K}$ .
  - (b)  $m_{a,K}$  teilt  $m_{a,L}$ .
  - (c)  $m_{a,L} = m_{a,K}$ .
  - (d) Im Allgemeinen gibt es keine solche Relation.
3. Seien  $a, b$  algebraisch über  $K$ , so dass ihre Minimalpolynome beide Grad 2 haben. Dann hat das Minimalpolynom von  $a + b$  den Grad ...
  - (a) 2
  - (b) 4
  - (c)  $\leq 4$
  - (d)  $\leq 2$
4. Sei  $L/K$  eine Körpererweiterung und seien  $a, b \in L$  mit  $L = K(a, b)$ . Welche Aussage ist im Allgemeinen *falsch*?
  - (a) Falls  $b$  über  $K(a)$  transzendent ist, so ist  $b$  über  $K$  transzendent.
  - (b) Falls  $b$  über  $K$  transzendent ist, so ist  $b$  über  $K(a)$  transzendent.
  - (c) Falls  $L/K$  algebraisch ist, so sind  $a$  und  $b$  algebraisch über  $K$ .
  - (d) Sind  $a$  und  $b$  algebraisch über  $K$ , so ist  $L/K$  algebraisch.
5. Welche der folgenden Aussagen ist richtig?
  - (a) Jede endliche Körpererweiterung ist algebraisch.
  - (b) Jede endlich erzeugte Körpererweiterung ist endlich.
  - (c) Jede einfache Körpererweiterung ist algebraisch.
  - (d) Jede endlich erzeugte Körpererweiterung ist algebraisch.