

Single Choice Aufgaben 12

FAKTORIELLE RINGE, GRÖSSTER GEMEINSAMER TEILER, HAUPTIDEALRINGE

Sie haben 15 Minuten Zeit, um die 5 untenstehenden Aufgaben zu lösen. Es ist jeweils genau eine Antwort richtig.

1. Sei R ein Integritätsbereich und $p \in R \setminus (\{0\} \cup R^\times)$. Welche Aussage ist im Allgemeinen nicht äquivalent zu den anderen?
 - (a) p ist irreduzibel.
 - (b) $\forall a \in R: a|p \Rightarrow (a \sim 1 \vee a \sim p)$.
 - (c) $\forall a, b \in R: p|ab \Rightarrow (p|a \vee p|b)$.
 - (d) $\forall a, b \in R: p = ab \Rightarrow (a \in R^\times \vee b \in R^\times)$.
2. Welche Aussage ist falsch?
 - (a) Jeder Körper ist ein faktorieller Ring.
 - (b) Jeder faktorielle Ring ist ein Integritätsbereich.
 - (c) Jeder Unterring eines faktoriellen Rings ist faktoriell.
 - (d) Der Nullring ist nicht faktoriell.
3. Im Ring $\mathbb{Z}[i]$ ist $\text{ggT}(i, 1 + i, 3)$ assoziiert zu
 - (a) 1
 - (b) 3
 - (c) $1 + i$
 - (d) 2
4. Welche Formel gilt in jedem faktoriellen Ring R ?
 - (a) $\forall a, b, c \in R: \text{ggT}(a, b, c) \sim \text{ggT}(\text{ggT}(a, b), c)$
 - (b) $\forall a, b, c \in R: \text{ggT}(a, b, c) \sim \text{ggT}(a + b, c)$
 - (c) $\forall a, b, c, d \in R: \text{ggT}(a, b, c, d) \sim \text{ggT}(a, b) \text{ggT}(c, d)$
 - (d) $\forall a, b, c \in R: \text{ggT}(a + b, c) \sim \text{ggT}(a, c) \text{ggT}(b, c)$
5. Welcher der folgenden Ringe ist kein Hauptidealring?
 - (a) $\mathbb{Z}[X]$
 - (b) $\mathbb{Q}[X]$
 - (c) \mathbb{Z}
 - (d) \mathbb{F}_2