Single Choice Aufgaben 3

Operationen

Sie haben 15 Minuten Zeit, um die 5 untenstehenden Aufgaben zu lösen. Es ist jeweils genau eine Antwort richtig.

1. Welche der folgenden Abbildungen $\mathrm{GL}_n(\mathbb{Q}) \times \mathrm{Mat}_{n\times n}(\mathbb{Q}) \to \mathrm{Mat}_{n\times n}(\mathbb{Q})$ ist für jedes n eine Linksoperation der Gruppe $\mathrm{GL}_n(\mathbb{Q})$ auf $\mathrm{Mat}_{n\times n}(\mathbb{Q})$?

   (a) $(A, M) \mapsto MA^{-1}$

   (b) $(A, M) \mapsto A^T M$

   (c) $(A, M) \mapsto A + M$

   (d) $(A, M) \mapsto A$

2. Der Stabilisator der Matrix $\begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \in \mathrm{Mat}_{n\times n}(\mathbb{Q})$ bezüglich der Linksoperation

   $$\mathrm{GL}_n(\mathbb{Q}) \times \mathrm{Mat}_{n\times n}(\mathbb{Q}) \longrightarrow \mathrm{Mat}_{n\times n}(\mathbb{Q}), \quad (A, M) \mapsto AM$$

   ist:

   (a) $\left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$

   (b) $\left\{ \begin{pmatrix} 1 & b \\ 0 & d \end{pmatrix} \,\middle|\, b, d \in \mathbb{Q} \right\}$

   (c) $\left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \,\middle|\, a, b, c, d \in \mathbb{Q} \wedge a + 2c = 1 \wedge b + 2d = 2 \wedge ad - bc \neq 0 \right\}$

   (d) $\left\{ \begin{pmatrix} 1 & b \\ 0 & d \end{pmatrix} \,\middle|\, b \in \mathbb{Q},\ d \in \mathbb{Q}^\times \right\}$

3. Für eine Primzahl p betrachte die Menge aller Polynome vom Grad $\leqslant 1$ in $\mathbb{F}_p[X]$. Die additive Gruppe von $\mathbb{F}_p$ operiert darauf durch die Vorschrift $(a, f(X)) \mapsto f(X + a)$. Wieviele Bahnen besitzt diese Operation?

   (a) 1

   (b) p

   (c) $2p - 1$

   (d) p^2

4. Sei $H < G$ eine Untergruppe einer Gruppe G. Welche Aussage ist im Allgemeinen *falsch*?

   (a) $H \subset \mathrm{Cent}_G(\mathrm{Cent}_G(H))$

   (b) $H \subset \mathrm{Cent}_G(H)$

   (c) $\mathrm{Cent}_G(G) = Z(G)$

   (d) $Z(G) \subset \mathrm{Cent}_G(H)$

5. Sei G eine endliche Gruppe, die von links auf einer Menge X operiert. Welche Aussage ist im Allgemeinen nicht äquivalent zu den anderen?

   (a) $\forall g \in G\colon\ \forall x \in X\colon\ (gx = x \Rightarrow g = e)$

   (b) $\forall g \in G\colon\ (\forall x \in X\colon\ gx = x) \Rightarrow g = e$

   (c) $\forall x \in X\colon\ G_x = \{e\}$

   (d) $\forall x \in X\colon\ |G| = |Gx|$