

Single Choice Aufgaben 8

IDEALE, FAKTORRINGE, PRIMIDEALE

Sie haben 15 Minuten Zeit, um die 5 untenstehenden Aufgaben zu lösen. Es ist jeweils genau eine Antwort richtig.

1. Welches Ideal von $\mathbb{Q}[X, Y]$ ist nicht gleich den anderen?
 - (a) $(X, Y^2 - X^2)$
 - (b) $(Y - X, X^2)$
 - (c) $(Y - X, X^2 + Y^2)$
 - (d) $(Y - X, X^2, X^2 + Y^2)$
2. Welche Aussage gilt für jedes Ideal \mathfrak{a} eines Rings R und jedes $n \geq 2$?
 - (a) Es gilt $\mathfrak{a}^n = \{a^n \mid a \in \mathfrak{a}\}$.
 - (b) Falls $\mathfrak{a} = (a_1, \dots, a_m)$ ist, so gilt $\mathfrak{a}^n = (a_1^n, \dots, a_m^n)$.
 - (c) Das Ideal \mathfrak{a}^n ist von allen Produkten $a_1 \cdots a_n$ erzeugt für $a_i \in \mathfrak{a}$.
 - (d) Das Ideal \mathfrak{a}^n ist von allen $a \in R$ mit $a^n \in \mathfrak{a}$ erzeugt.
3. Sei $\varphi : R \rightarrow S$ ein Ringhomomorphismus. Welche Aussage ist im Allgemeinen richtig?
 - (a) $\text{Bild}(\varphi)$ ist ein Ideal von S .
 - (b) $\text{Bild}(\varphi)$ ist kein Ideal von S .
 - (c) $\text{Kern}(\varphi)$ ist ein Ideal von R .
 - (d) $\text{Kern}(\varphi)$ ist kein Ideal von R .
4. Welche Isomorphie gilt nicht?
 - (a) $\mathbb{Z}[\sqrt{2}] \cong \mathbb{Z}[X]/(X^2 - 2)$
 - (b) $\mathbb{Z}[i] \cong \mathbb{Z}[X]/(X^4 - 1)$
 - (c) $\mathbb{Z}[\frac{1}{5}] \cong \mathbb{Z}[X]/(5X - 1)$
 - (d) $\mathbb{Z} \cong \mathbb{Z}[X]/(X - 1)$
5. Sei R ein Ring. Welche Aussage ist im Allgemeinen richtig?
 - (a) Es existiert ein Primideal $\mathfrak{p} \subset R$ und eine Einheit $p \in R^\times$, sodass $p \in \mathfrak{p}$.
 - (b) Die leere Menge ist ein Primideal von R .
 - (c) Für jede Primzahl $p \in \mathbb{N}$ ist $(p) \subset \mathbb{N}$ ein Primideal.
 - (d) Für jede Primzahl $p \in \mathbb{Z}$ ist $(p) \subset \mathbb{Z}$ ein Primideal.