

## Serie 9

---

**1.** Wahr oder falsch: Im Lösungspunkt einer linearen Ausgleichsaufgabe  $Ax - c = r$  steht der Residuenvektor  $r$  senkrecht auf dem Bildraum von  $A$ .

- (a) Wahr.
- (b) Falsch.

**2.** Wahr oder falsch: Eine lineare Ausgleichsaufgabe hat immer genau eine Lösung; sie minimiert den Fehlervektor.

- (a) Wahr.
- (b) Falsch.

**3.** Wahr oder falsch: Falls der Messvektor  $c$  einer linearen Ausgleichsaufgabe  $Ax - c = r$  im Spaltenraum der Koeffizientenmatrix  $A$  liegt, so ist der minimale Residuenvektor  $r$  gleich dem Nullvektor.

- (a) Wahr.
- (b) Falsch.

4. Bei einem Modellbaumotor wurde die Abhängigkeit zwischen der Drehzahl  $X$  (in  $1000 \frac{\text{U}}{\text{min}}$ ) und der Leistung  $Y$  (in kW) untersucht. Es ergab sich das folgende Messprotokoll:

1. Messung:  $X_1 = 1; Y_1 = 1$
2. Messung:  $X_2 = 2; Y_2 = 2$
3. Messung:  $X_3 = 4; Y_3 = 3$ .

Bestimmen Sie die zugehörige Ausgleichsgerade  $y = ax + b$ : Die Fehlergleichungen hierfür lauten

$$aX_i + b - Y_i = r_i$$

für  $i = 1, 2, 3$ .

- (a)  $a = \frac{3}{11}; b = \frac{1}{2}$ .
- (b)  $a = \frac{3}{4}; b = \frac{3}{5}$ .
- (c)  $a = \frac{3}{5}; b = \frac{9}{14}$ .
- (d)  $a = \frac{9}{14}; b = \frac{1}{2}$ .

5. Lösen Sie von Hand folgendes Ausgleichsproblem mit der QR-Zerlegung:

$$\begin{array}{rclcl} x_1 & + & x_2 & - & 1 & = & r_1 \\ & & x_2 & - & 3 & = & r_2 \\ & & x_2 & - & 4 & = & r_3. \end{array}$$

Schreiben Sie dazu das Problem in der Form  $Ax - c = r$ , bestimmen Sie die QR-Zerlegung  $A = QR$  mit Hilfe einer geeigneten Givens-Rotation sowie den Vektor  $d = Q^T c$ , und bestimmen Sie schliesslich die Lösung  $x \in \mathbb{R}^2$  des Ausgleichsproblems.

- (a)  $x = \begin{pmatrix} \frac{-5}{2} \\ \frac{7}{2} \end{pmatrix}$ .
- (b)  $x = \begin{pmatrix} \frac{-3}{2} \\ \frac{1}{2} \end{pmatrix}$ .
- (c)  $x = \begin{pmatrix} \sqrt{2} \\ 3 \end{pmatrix}$ .
- (d)  $x = \begin{pmatrix} -1 \\ \sqrt{2} \end{pmatrix}$ .