Kapitel II

Folgen und Reihen

Motivation: $\mathbb{R}$

Wie kann man eine reelle Zahl x "approximieren" / "verstehen" mithilfe anderer Zahlen (z.B. mit rationale Zahlen)?

$\rightsquigarrow$ wir können dann z.B. binäre Entwicklung von x definieren.

2.1. Grenzwert

Def. (Folge)

Eine Folge reeller Zahlen [bzw. komplexer Zahlen] ist eine Abbildung

$$\begin{aligned} \mathbb{N} &\xrightarrow{a} \mathbb{R} \\ n &\longmapsto a(n) \end{aligned}$$

(bzw. $\mathbb{N} \longrightarrow \mathbb{C}$)

Wir bezeichnen $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ die Folge.

Wir überlegen auch $(a_n)_{n\geq 1}$, ...

<u>Beispiel</u>.

(1) $a_n = x \quad \forall n \in \mathbb{N}$, x feste Zahl ("konstante Folge")

(2) $(a_n) = (cn + d)_{n \in \mathbb{N}}$

[d.h. $(a_n) = (d,\ d+c,\ d+2c,\ d+3c,\ \ldots)$]

$\longrightarrow$ "arithmetische Folgen"

(3) $(a_n) = (cd^n)_{n \in \mathbb{N}}$ $\longrightarrow$ "geometrische Folgen"

[<u>d.h.</u> $(a_n) = (c,\ cd,\ cd^2,\ cd^3,\ \ldots)$]

(4) (Rekursive Definition)

"Fibonacci Folge"

$(F_n)_{n \geq 1}$: $F_1 = F_2 = 1$

$F_n = F_{n-1} + F_{n-2}, \quad n \geq 3$

$(F_n)_{n\geq 1} = (1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, \ldots)$

(oder $G_1 = G_2 = 1$

$G_n = G_{n-1}^2 + 12\, G_{n-2}^3, \quad n \geq 3$

oder ...)