

Zusammenfassung

Kapitel I

Vollständigkeit



Existenz von
 $\text{Sup}(A) / \text{Inf}(A)$

• Dreiecksungleichung

• Fundamentalsatz der

Algebra (1.3.4)

Kapitel II: (Folgen / Reihen)

Def. der Grenzwert einer Folge

$$(a_n \rightarrow l) \Leftrightarrow \left(\forall \varepsilon > 0, \exists N, \forall n \geq N, \forall n \in \mathbb{N}, |a_n - l| < \varepsilon \right)$$

Algebraischen Eig. (z.B. $\begin{matrix} a_n \rightarrow l \\ b_n \rightarrow l' \end{matrix} \Rightarrow a_n + b_n \rightarrow l + l'$)

Vergleichsprinzip:

$$[|a_n - l| \leq b_n, b_n \rightarrow 0] \Rightarrow a_n \rightarrow l$$

Monotone Folgen [z.B. (a_n) wachsend

$\Rightarrow (a_n)$ konv. $\Leftrightarrow a_n$ ist von oben beschränkt]

Cauchy Kriterium

$$\forall \varepsilon > 0, \exists N \in \mathbb{N}, \forall n \geq N, \forall m \geq N, |a_n - a_m| < \varepsilon \quad (2)$$

Satz von Bolzano-Weierstrass

Def. von Reihen

$$\sum_{n=0}^{+\infty} x^n = \frac{1}{1-x}$$

$$\sum_{n=0}^{+\infty} a_n$$

$$|x| < 1$$

Absolut Konvergenz \Rightarrow Konvergenz

$$\left| \sum_{n=0}^{+\infty} a_n \right| \leq \sum_{n=0}^{+\infty} |a_n|$$

und

(Dreiecksungl. für Reihen)

Quotientenkriterium :

$$\frac{a_{n+1}}{a_n} \rightarrow ?$$

$\exp(z)$, $\cos(z)$, $\sin(z)$

• Def. / Eigenschaft vom Konvergenzradius
einer Potenzreihe

• Sätze über doppelte Reihen

Multiplication

$$\text{(z.B. } \left(\sum_{n=0}^{+\infty} a_n \right) \left(\sum_{n=0}^{+\infty} b_n \right) = \sum_{n=0}^{+\infty} \left(\sum_{k+l=n} a_k b_l \right)$$

wenn ... }

• Dezimal Entwicklung
(nicht in die Prüfung)

Kapitel III

Def. der Stetigkeit

$$\forall \varepsilon > 0, \exists \delta > 0, \dots$$

$$(a_n \rightarrow x_0) \Rightarrow (f(a_n) \rightarrow f(x_0))$$

Zwischenwertsatz [3.3.1]

Min-Max Satz [3.4.5]

Umkehrabbildung [3.5.3]

Gleichmässig Konvergenz

$$\Rightarrow (f_n \text{ stetig} \Rightarrow f \text{ stetig})$$

$f_n \rightarrow f$
gleichm.

Ann. Radius

\Rightarrow Stetigkeit von Potenzreihen für $|x| < r$

(5)

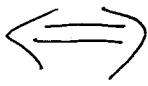
Trigonometrie

$$e^{ix} = \cos(x) + i\sin(x)$$

$$\begin{matrix} \cos(nx) \\ \sin(nx) \end{matrix} \} \leftrightarrow \begin{matrix} \cos(x)^h \\ \sin(x)^h \end{matrix}$$

Grenzwerte von Funktionen:

$$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = l$$



wenn $a_n \rightarrow x_0$, ist $f(a_n) \rightarrow l$

Kapitel IV : Differentialrechnung

Def. von $f'(x)$ / geom. Interpretation

(Tangente an $(x_0, f(x_0))$)

Regeln ~~der~~ für Berechnung

Potenzreihen $\left(\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n \right)' = \sum_{n=0}^{\infty} (n+1) a_{n+1} x^n$

$(f^{-1})'(y) = \dots$

$\arctan'(x) = \frac{1}{1+x^2}$, $(\log)'(x) = \frac{1}{x}$,

$\operatorname{arcsinh}'(x) = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$, \dots

Kriterium für lokales Extremum

Satz (4.2.4) $\frac{f(b) - f(a)}{b - a} = f'(x_0)$
 $(x_0 \in]a, b[)$

Kor. z.B. $f' \geq 0 \Rightarrow f$ steigend
 $f' = 0 \Rightarrow f$ konstant
usw. ...

L'Hospital

Konvexität + Kriterium $f'' \geq 0$

Ableitung von $\lim f_n$ [4.4.1]

Taylor Polynome + Satz 4.4.5

$|f(x) - (\text{Taylor Pol.})| \leq \dots$

Kriterium 4.4.7 für lok. Extr.

Kapitel IV

• geom. Interpretation von $\int_a^b f(x) dx$

• f stetig $\Rightarrow f$ integrierbar

und $\int_a^b f(x) dx = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} f\left(a + n \frac{b-a}{N}\right)$

• Dreiecksungleichung: $\left| \int_a^b f(x) dx \right| \leq \int_a^b |f(x)| dx$

Fundamentalsatz

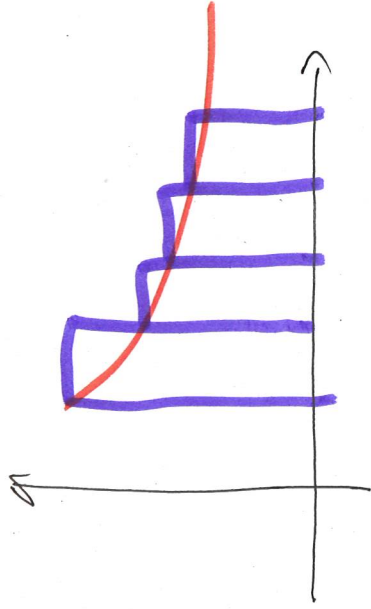
5.4.1 / 5.4.3

$$\int_a^b f'(x) dx = f(b) - f(a)$$

• Partielle Integration / Substitution

• Integrale von Potenzreihen

• ~~Integrale~~ \longleftrightarrow Summen vergleichen



• Def. uneigentlichen Integrale

Frage: wie soll man die

Differenzierbarkeit einer Funktion

begründen?

Es genügt zu sagen " Die

Funktion ist Kombination / Verknüpfung

... von Funktionen die Differenzierbar

sind, und es folgt, sie ist _____ "

①

Frage:

$a \neq 0$

$$\int x^n \cos(ax) dx$$

$$v = \frac{1}{a} \sin(ax)$$

$$u' = n x^{n-1}$$

$$\text{P.I.} = \int x^n \frac{1}{a} \sin(ax)$$

$$= \int n x^{n-1} \frac{1}{a} \sin(ax) dx$$

$$= \frac{x^n \sin(ax) - \frac{n}{a} \int x^{n-1} \sin(ax) dx}{a}$$

$$\int x^{n-2} - \frac{1}{a} \cos(ax)$$

P.I.

$$\int x^n \left. \begin{array}{l} \sin(ax) \\ \text{oder} \\ \cos(ax) \end{array} \right\} dx$$

P.I.

(2)

Prüfung

1) siehe VUZ für allgemeine Bedingungen (Zeit, Hilfsmittel, ...)

2) 3-Teilig: { MC
≈ 40% } . Berechnungen ohne Begründung (nur Resultat)
≈ 60% } . Aufgaben mit Begründung